

Marlene Marinescu



# Elektrische und magnetische Felder

Eine praxisorientierte  
Einführung



Dritte Auflage



Springer Vieweg

# Elektrische und magnetische Felder

Marlene Marinescu

# Elektrische und magnetische Felder

Eine praxisorientierte Einführung

3., bearbeitete Auflage

 Springer

Prof. Dr. Marlene Marinescu  
MAGTECH  
Mailänder Str. 15  
D-60598 Frankfurt am Main  
magtech@t-online.de

ISBN 978-3-642-24219-9 e-ISBN 978-3-642-25794-0  
DOI 10.1007/978-3-642-25794-0  
Springer Heidelberg Dordrecht London New York

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1996, 2009, 2012

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Entnahme von Abbildungen und Tabellen, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Eine Vervielfältigung dieses Werkes oder von Teilen dieses Werkes ist auch im Einzelfall nur in den Grenzen der gesetzlichen Bestimmungen des Urheberrechtsgesetzes der Bundesrepublik Deutschland vom 9. September 1965 in der jeweils geltenden Fassung zulässig. Sie ist grundsätzlich vergütungspflichtig. Zuwiderhandlungen unterliegen den Strafbestimmungen des Urheberrechtsgesetzes.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

*Einbandentwurf:* WMXDesign GmbH, Heidelberg

Gedruckt auf säurefreiem Papier

Springer ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media ([www.springer.com](http://www.springer.com))

## **Vorwort zur dritten Auflage**

Die zweite Auflage dieses Buches fand viele interessierte und aufmerksame Leser, die einige Verbesserungen angeregt haben. Auch die Arbeit mit den Studenten lieferte mir Hinweise darauf, an welchen Stellen geringfügig geänderte Formulierungen oder graphische Darstellungen zum leichteren Verständnis des Stoffes beitragen können. Mit der vorliegenden, dritten Auflage hoffe ich, die Erwartungen und Wünsche der Leser erfüllt zu haben.

Hinweise auf eventuell verbliebene Fehler und weitere Verbesserungsvorschläge nehme ich dankbar entgegen.

Zum Buch gehören zusätzliche Aufgaben mit Lösungen, die sich für die Prüfungsvorbereitung als nützlich erwiesen haben. Diese findet man jetzt im Internet auf der Produktseite:

<http://www.springer.de/978-3-642-24219-9> .

Der Springer-Verlag bietet Dozenten die Möglichkeit an, die Abbildungen vom Buch für eigene Vorbereitungen ihrer Vorlesungen auf der o.g. Produktseite abzurufen.

Frankfurt,  
Januar 2012

*Marlene Marinescu*

## Vorwort zur zweiten Auflage

Dem vorliegenden Buch liegen eine jahrzehntelange Forschungs- und Entwicklungstätigkeit für die elektrotechnische Industrie und langjährig durchgeführte Vorlesungen über „Grundlagen der Elektrotechnik“, an den Fachhochschulen Wiesbaden und Frankfurt, zugrunde.

Das Buch eignet sich besonders als Lehrbuch für Studierende aller Bachelor-Studiengänge an Fachhochschulen, aber auch an Universitäten, mit Hauptfach Elektrotechnik. Auch in der Praxis stehenden Ingenieuren kann dieses Buch zum Auffrischen oder Vertiefen ihrer Grundkenntnisse helfen.

Die Zusammenarbeit mit der Industrie auf vielen Gebieten der Elektrotechnik zeigte mir, wie wichtig die Kenntnis der Grundlagen für alle in der Praxis vorkommenden Aufgaben ist. Die moderne Entwicklung der Elektrotechnik mit ihren verschiedenen Richtungen erfordert heute von dem Elektroingenieur ein langlebiges, aber auch anwendungsorientiertes Grundlagenwissen, das allein ihm, unabhängig von der gewählten Spezialisierung, den Zugang zu den neuen Entwicklungen verschaffen kann. Nur mit dem soliden Fundament des Grundlagenwissens hat man heute eine Chance, mit der sehr schnellen Entwicklung Schritt zu halten.

Bei der Beantwortung von Fragen der industriellen Praxis musste ich oft an einen Satz von Ludwig Boltzmann denken, der mir heute immer noch aktuell erscheint:

*„Fast wäre man versucht zu behaupten, dass, ganz abgesehen von ihrer geistigen Mission, die Theorie auch noch das denkbar Praktischste, gewissermaßen die Quintessenz der Praxis, sei“.*

(„Über die Bedeutung von Theorien“, Graz, 1890).

Meine Arbeit mit den Studenten zeigte mir auf der anderen Seite, wie schwierig es ist, die Gesetzmäßigkeiten der abstrakten elektrischen und magnetischen Felder zu verstehen. Diese Erkenntnis motivierte mich dazu, dieses Buch zu schreiben, das in erster Linie das Ziel verfolgt, das Grundwissen über die elektrischen und magnetischen Felder so klar und anschaulich wie möglich zu vermitteln.

Um diese Zielsetzung zu realisieren, steht heute ein Instrument zur Verfügung, das vor drei Jahrzehnten nicht existierte. Die in diesem Zeitraum entwickelten numerischen Rechenverfahren, zusammen mit der rasanten Entwicklung leistungsfähiger Computer, führten dazu, dass man heute praktisch jedes Feldproblem numerisch lösen kann.

Mit entsprechenden Zeichenprogrammen kann man Feldbilder der berechneten Felder erstellen. Somit kann man heute die unsichtbaren elektrischen und magnetischen Felder auch in komplizierten Anordnungen sichtbar machen, was einen unschätzbaren Beitrag zu ihrem Verständnis leisten kann. Das vorliegende Buch setzt dieses graphische Darstellungsmittel sehr oft ein und unterscheidet sich dadurch von anderen Lehrbüchern auf diesem Gebiet.

Alle Feldbilder wurden erstellt mit dem Finite-Elemente-Programm MANI, das von meinem Mann, *Prof. Dr. Nicolae Marinescu*, in den 1980er Jahren entwickelt und seit damals in unserer Firma MAGTECH zur Entwicklung und Optimierung von Magnetsystemen eingesetzt wurde.

Zur Erleichterung des Verständnisses wird in diesem Buch das elektromagnetische Feld in seinen Bestandteilen getrennt betrachtet: Elektrostatik (Kapitel 1), stationäre Strömungsfelder (Kapitel 2), stationäre Magnetfelder (Kapitel 3) und zeitlich veränderliche Magnetfelder (Kapitel 4). Im Anhang befinden sich einige Auskünfte über das Finite-Elemente-Verfahren und Hinweise zur Interpretation der Feldbilder.

Jedes Kapitel fängt an mit der Darstellung der experimentellen Beobachtungsbefunde: ausgehend von den Kraftwirkungen zwischen ruhenden elektrischen Ladungen wird das *elektrostatische Feld* eingeführt; bewegliche Ladungen in Leitern erzeugen das *stationäre elektrische Feld*; die Kraft zwischen stromdurchflossenen Leitern führt zu dem Begriff *magnetisches Feld*; schließlich versteht man aus den Experimenten von Faraday wie man mit *zeitlich veränderlichen Magnetfeldern* elektrische Energie erzeugen kann. Anschließend werden in jedem Kapitel Schritt für Schritt die Grund- und die Materialgesetze erläutert und besonders hervorgehoben, damit der Leser leicht begreift, was er sich unbedingt merken sollte. Allgemeine Anwendungen der Gesetze werden, soweit mit einfachen mathematischen Mitteln möglich, ausführlich besprochen. Jedes Kapitel enthält außerdem eine große Anzahl von Beispielen, viele davon mit direktem Praxisbezug, mit deren Hilfe der Leser lernen kann, wie man die Gesetze anwendet, um praktische Aufgaben zu lösen. Für die 38 „Beispiele“ und die 9 „Anwendungen“ wurde ein Grauraster verwendet, sodass der Leser sie leicht finden kann.

Zusätzliche Aufgaben mit ausführlichen Lösungen findet man im Internet unter:

<http://www.springer.de/978-3-540-89696-8> .

Das Buch führt den Leser bis zu den Maxwell'schen Gleichungen, die alle elektromagnetischen Erscheinungen umfassen und eindeutig bestimmen. Diese Differentialgleichungen werden hier nur in ihrer Integralform angegeben, die sich als vollkommen ausreichend erwies.

Die Mathematik ist die Form, in der man das Verständnis der Gesetze der elektrischen und magnetischen Felder ausdrückt; ohne sie kann man die physikalischen Erkenntnisse über die Felder nicht quantitativ formulieren. Deswegen soll der Leser mathematische Vorkenntnisse mitbringen: Die elementare Mathematik bis hin zu den Grundzügen der Vektoralgebra und der Differential- und Integralrechnung sollen ihm vertraut sein.

Ein Lehrbuch über die Grundlagen der Elektrotechnik, die in der Literatur in vielen Büchern auf den unterschiedlichsten Ebenen behandelt wurden, kann nicht völlig neu sein. Die Quellen, aus denen dieses Buch schöpft, sind im Literaturverzeichnis angeführt; dort findet der Leser auch andere Werke, die ihm zum Verständnis und zu seiner Fortbildung helfen können.

Mein besonders herzlicher Dank gilt meinem ehemaligen Studenten in Frankfurt, Herrn cand.el. *Andreas Kopp*, der alle Bilder am Computer erstellt hat. Ohne seinen begeisterten Einsatz, seine Geduld und seine Kreativität wäre dieses Buch nicht in der vorliegenden Form erschienen.

Zum Schluss noch ein Zitat aus Arthur Schopenhauer, aus dem Jahre 1851: *„Es wäre eine schöne Sache, wenn man Das, was man gelernt hat, nun Ein für alle Mal und auf immer wüßte; allein dem ist anders: jedes Erlernte muß von Zeit zu Zeit durch Wiederholung aufgefrischt werden; sonst wird es allmählig vergessen. Da nun aber die bloße Wiederholung langweilt, muß man immer noch etwas hinzulernen: daher entweder Fortschritt oder Rückschritt“.*

Frankfurt,  
April 2009

*Marlene Marinescu*



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Elektrostatische Felder</b> .....	<b>1</b>
1.1	Wesen des elektrostatischen Feldes .....	5
1.1.1	Elektrische Ladung .....	5
1.1.2	Elektrostatisches Feld .....	6
1.1.3	Grundlegende Beobachtungsbefunde: Das Coulomb- sche Gesetz .....	8
1.1.4	Die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ .....	11
1.2	Verhalten der Leiter im elektrostatischen Feld .....	15
1.3	Elektrische Spannung und Potential .....	18
1.3.1	Arbeit und elektrische Spannung .....	18
1.3.2	Wegunabhängigkeit der elektrostatischen Spannung	19
1.3.3	Das elektrische Potential $\varphi$ .....	22
1.4	Die Erregung des elektrostatischen Feldes .....	26
1.4.1	Die elektrische Verschiebungsflussdichte $\vec{D}$ .....	26
1.4.2	Der Gaußsche Satz der Elektrostatik .....	27
1.4.3	Das Materialgesetz der Elektrostatik .....	29
1.5	Feldstärke und Potential spezieller Ladungsverteilun- gen .....	31
1.5.1	Feldstärke und Potential einer Punktladung .....	32
1.5.2	Feldstärke und Potential einer gleichmäßig geladenen (Metall-) Kugel .....	33
1.5.3	Feldstärke einer weit ausgedehnten Metallebene .....	35
1.5.4	Feldstärke von zwei parallelen, geladenen Platten ...	37
1.5.5	Feldstärke und Potential einer Linienladung .....	38
1.6	Zusammenfassung der Grundgesetze der Elektrosta- tik .....	41
1.6.1	Allgemeine Gesetze .....	41
1.6.2	Materialgesetze .....	42
1.6.3	Bedingungen an Grenzflächen .....	43
1.7	Die Kapazität .....	47
1.7.1	Definition der Kapazität, technische Anwendungen .	47
1.7.2	Parallel- und Reihenschaltungen von Kapazitäten ..	49
1.7.3	Die Kapazität spezieller Anordnungen .....	53
1.7.4	Zusammenfassung der meist angewendeten Kapazi- täten .....	77
1.8	Energie und Kräfte im elektrostatischen Feld .....	80
1.8.1	Elektrische Energie und Energiedichte .....	80

1.8.2	Kräfte im elektrostatischen Feld, Prinzip der virtuellen Verschiebung .....	83
1.8.3	Kräfte auf freie Ladungen; Strahlablenkung .....	86
<b>2</b>	<b>Stationäre elektrische Felder</b> .....	<b>91</b>
2.1	Wesen des elektrischen Strömungsfeldes .....	93
2.2	Die Grundgesetze des elektrischen Strömungsfeldes .....	95
2.2.1	Die elektrische Stromdichte $\vec{S}$ , Kontinuität .....	95
2.2.2	Wegunabhängigkeit der elektrischen Spannung $U$ ...	98
2.2.3	Das Materialgesetz der Strömungsfelder .....	99
2.2.4	Das Gesetz über die Energiewandlung in Leitern .....	102
2.2.5	Zusammenfassung; Analogie mit der Elektrostatik ..	103
2.3	Widerstandsberechnung bei inhomogenen Feldern ..	104
2.3.1	Unterschiedliche Querschnitte der Stromfäden .....	104
2.3.2	Länge der Stromfäden oder $\kappa$ unterschiedlich .....	106
2.4	Berechnung elektrischer Strömungsfelder .....	109
2.4.1	Homogene Felder .....	109
2.4.2	Inhomogenes Zylinderfeld .....	111
2.4.3	Inhomogenes Kugelfeld .....	118
2.4.4	Allgemeiner Lösungsweg .....	123
<b>3</b>	<b>Stationäre Magnetfelder</b> .....	<b>125</b>
3.1	Wesen des Magnetfeldes .....	127
3.1.1	Ursachen: Dauermagnete, Ströme .....	127
3.1.2	Grundlegende Beobachtungsbefunde: Kräfte zwischen parallelen Leitern .....	128
3.2	Magnetfeld von Leitern in der Luft .....	149
3.2.1	Die Experimente von Biot und Savart .....	149
3.2.2	Die Formel von Biot und Savart .....	151
3.2.3	Gültigkeitsbereich der Biot–Savartschen Formel .....	152
3.2.4	Magnetfelder spezieller Leiteranordnungen .....	153
3.3	Das Durchflutungsgesetz .....	173
3.3.1	Das Gesetz; magnetische Spannung, Durchflutung ..	173
3.3.2	Anwendung des Durchflutungsgesetzes .....	178
3.3.3	Erweitertes Durchflutungsgesetz .....	188
3.4	Der magnetische Fluss; Kontinuität des Flusses .....	190
3.4.1	Der Gaußsche Satz des Magnetfeldes .....	190
3.5	Das magnetische Verhalten materieller Körper .....	196
3.5.1	Das Materialgesetz .....	196

3.5.2	Klassifizierung .....	197
3.5.3	Magnetisierungskennlinie, Hysteresekurve .....	197
3.5.4	Diskussion über die Sättigung .....	200
3.6	Zusammenfassung der Grundgesetze der stationären Magnetfelder .....	201
3.6.1	Allgemeine Gesetze und Materialgesetz .....	201
3.6.2	Bedingungen an Grenzflächen .....	202
3.7	Der magnetische Kreis .....	206
3.7.1	Definition und Klassifizierung .....	206
3.7.2	Einige technische Anwendungen der Magnetkreise ..	207
3.7.3	Berechnungsmethoden für lineare Magnetkreise .....	215
3.7.4	Magnetkreise mit Dauermagneten .....	226
3.7.5	Nichtlineare Magnetkreise .....	238
3.7.6	Kräfte auf hochpermeable Eisenflächen .....	243
3.7.7	Die Rolle ferromagnetischer Teile bei der Entstehung der Magnetkraft .....	247
<b>4</b>	<b>Zeitlich veränderliche magnetische Felder</b> .....	<b>259</b>
4.1	Induktionswirkung und Induktionsgesetz .....	261
4.1.1	Die Experimente von Faraday .....	261
4.1.2	Lenzsche Regel .....	264
4.1.3	Kraft auf bewegte Ladungen im Magnetfeld .....	265
4.1.4	Das Induktionsgesetz in einfacher Form .....	267
4.1.5	Andere Formen des Induktionsgesetzes .....	272
4.1.6	Die Maxwellschen Gleichungen .....	273
4.1.7	Wie wendet man das Induktionsgesetz an? Beispiele	274
4.2	Induktivitäten .....	289
4.2.1	Selbstinduktion; Induktivität .....	289
4.2.2	Induktivität spezieller Anordnungen .....	291
4.2.3	Gegeninduktivität magnetisch gekoppelter Spulen ..	298
4.3	Energie und Kräfte im Magnetfeld .....	306
4.3.1	Magnetische Energie und Energiedichte .....	306
4.3.2	Berechnung von Kräften über die Magnetenergie ...	309
4.3.3	Zusammenfassung aller Kraftwirkungen im Magnet- feld .....	309
<b>A</b>	<b>Nummerische Methoden zur Feldberechnung</b> ..	<b>317</b>
A.1	Rechenmethoden für Magnetfelder, Überblick .....	319
A.1.1	Analytische Methoden .....	319

<b>A.1.2</b>	Halb-empirische Methoden .....	<b>320</b>
<b>A.1.3</b>	Numerische Verfahren.....	<b>320</b>
<b>A.2</b>	Finite-Elemente-Methode zur Berechnung von Magnetfeldern .....	<b>321</b>
<b>A.2.1</b>	Kurze Beschreibung, Vergleich .....	<b>321</b>
<b>A.2.2</b>	Diskretisierung, Auslegung des Gitternetzes .....	<b>324</b>
<b>A.2.3</b>	Berücksichtigung von Nichtlinearitäten .....	<b>324</b>
<b>A.2.4</b>	Was kann man von einem FE-Programm noch erwarten? .....	<b>325</b>
<b>A.3</b>	Aufstellung eines Rechenmodells .....	<b>326</b>
<b>A.4</b>	Worauf soll der Anwender besonders achten? .....	<b>328</b>
<b>A.5</b>	Besonderheiten der Feldbilder .....	<b>330</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b> .....	<b>335</b>
	<b>Index</b> .....	<b>339</b>

Kapitel 1

# Elektrostatische Felder

**1**

---

# 1

<b>1</b>	<b>Elektrostatische Felder</b> .....	<b>5</b>
1.1	Wesen des elektrostatischen Feldes .....	5
1.1.1	Elektrische Ladung .....	5
1.1.2	Elektrostatisches Feld .....	6
1.1.3	Grundlegende Beobachtungsbefunde: Das Coulomb- sche Gesetz .....	8
1.1.4	Die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ .....	11
1.2	Verhalten der Leiter im elektrostatischen Feld .....	15
1.3	Elektrische Spannung und Potential .....	18
1.3.1	Arbeit und elektrische Spannung .....	18
1.3.2	Wegunabhängigkeit der elektrostatischen Spannung	19
1.3.3	Das elektrische Potential $\varphi$ .....	22
1.4	Die Erregung des elektrostatischen Feldes .....	26
1.4.1	Die elektrische Verschiebungsflussdichte $\vec{D}$ .....	26
1.4.2	Der Gaußsche Satz der Elektrostatik .....	27
1.4.3	Das Materialgesetz der Elektrostatik .....	29
1.5	Feldstärke und Potential spezieller Ladungsverteilun- gen .....	31
1.5.1	Feldstärke und Potential einer Punktladung .....	32
1.5.2	Feldstärke und Potential einer gleichmäßig geladenen (Metall-) Kugel .....	33
1.5.3	Feldstärke einer weit ausgedehnten Metallebene .....	35
1.5.4	Feldstärke von zwei parallelen, geladenen Platten ...	37
1.5.5	Feldstärke und Potential einer Linienladung .....	38
1.6	Zusammenfassung der Grundgesetze der Elektrosta- tik .....	41
1.6.1	Allgemeine Gesetze .....	41
1.6.2	Materialgesetze .....	42
1.6.3	Bedingungen an Grenzflächen .....	43
1.7	Die Kapazität .....	47
1.7.1	Definition der Kapazität, technische Anwendungen .	47
1.7.2	Parallel- und Reihenschaltungen von Kapazitäten ..	49
1.7.3	Die Kapazität spezieller Anordnungen .....	53
1.7.4	Zusammenfassung der meist angewendeten Kapazi- täten .....	77
1.8	Energie und Kräfte im elektrostatischen Feld .....	80
1.8.1	Elektrische Energie und Energiedichte .....	80

1.8.2	Kräfte im elektrostatischen Feld, Prinzip der virtuellen Verschiebung .....	83
1.8.3	Kräfte auf freie Ladungen; Strahlablenkung .....	86