

**BERNARD BOLZANO - GESAMTAUSGABE**  
**HERAUSGEGEBEN VON EDUARD WINTER, JAN BERG,**  
**FRIEDRICH KAMBARTEL, JAROMÍR LOUŽIL, BOB VAN ROOTSELAAR**

**REIHE II**  
**NACHLASS**

**A. NACHGELASSENE SCHRIFTEN**

**BAND 5**  
**MATHEMATISCHE UND PHILOSOPHISCHE**  
**SCHRIFTEN 1810 - 1816**

**BERNARD BOLZANO**

**MATHEMATISCHE UND PHILOSOPHISCHE  
SCHRIFTEN 1810-1816**

**HERAUSGEGEBEN**

**VON**

**JAN BERG**

**FRIEDRICH FROMMANN VERLAG (GÜNTHER HOLZBOOG)  
STUTTGART-BAD CANNSTATT 1977**

© FRIEDRICH FROMMANN VERLAG (G. HOLZBOOG) STUTTGART-BAD CANNSTATT 1977  
SATZGESTALTUNG UND DRUCK: OFFIZIN CHR.SCHEUFELE STUTTGART  
ISBN 3772804691

## INHALTSVERZEICHNIS

|   |     |
|---|-----|
| <b>Einleitung des Herausgebers</b> .....  | 7   |
| Allgemeine Mathesis [1810] .....  | 15  |
| Nähere Bestimmung des Inhalts der allgemeinen Mathesis .....  | 15  |
| Von dem Begriffe der Zusammendenkbarkeit, als der ersten allgemeinen<br>Eigenschaft der Dinge ..... | 35  |
| Von dem Begriffe einer Größe .....  | 42  |
| Von den verschiedenen Arten, wie Ganze entstehen und bestimmt wer-<br>den können? .....             | 50  |
| Von Verhältnissen .....   | 54  |
| Wie können Ganze durch Zahlen bestimmt oder zu Größen gemacht<br>werden? .....                      | 59  |
| Von den Eigenschaften der Zahlen .....  | 61  |
| Einige Lehrsätze aus der Aetiologie .....   | 65  |
| <b>Aetiologie</b> .....   | 75  |
| Einige Lehren der allgemeinen Aetiologie .....  | 77  |
| Grundlehren der Chronologie .....   | 99  |
| Grundlehren der speciellen Aetiologie .....   | 106 |
| Eigentliche Mechanik .....  | 115 |
| Erste Begriffe und allgemeine Aufgabe der Mechanik .....  | 115 |
| Bewegung eines völlig freyen Punctes  |     |
| I. Bewegung eines Puncts, auf welchen gar keine Kraft einwirkt .....                                | 124 |
| II. Bewegung eines materiellen Punctes auf welchen eine Kraft ein-<br>wirkt .....                   | 128 |
| Neue Theorie der Parallelen [1815] .....  | 135 |
| Etwas aus der Logik .....   | 159 |
| Über das oberste Sittengesetz .....   | 169 |

|   |     |
|---|-----|
| Logische Vorbegriffe .....  | 175 |
| § 1. Was ich unter dem Worte Wahrheit verstehe.....                     | 177 |
| § 2. Es gibt überhaupt Wahrheiten .....                                 | 179 |
| § 3. Es gibt auch mehr als Eine Wahrheit .....                          | 180 |
| § 4. Es gibt auch Vorstellungen oder Gedanken .....                     | 181 |
| § 5. Es gibt auch einige wahre Gedanken .....                           | 182 |
| § 6. Über eine andere Art die vorstehende Wahrheit zu beweisen .....    | 183 |
| § 7. Über das Beginnen der kritischen Philosophie .....                 | 184 |
| Über den Begriff der Größe und die verschiedenen Arten derselben [1816] | 187 |
| <b>Bibliographie</b> .....  | 217 |
| <b>Personenregister</b> .....   | 225 |
| <b>Sachregister</b> .....   | 227 |

## EINLEITUNG DES HERAUSGEBERS

In diesem Band der Nachlaßreihe der Bernard Bolzano-Gesamtausgabe sind einige Frühschriften Bolzanos enthalten, die seine Ansichten über die Grundlagen der Mathematik und Physik, über Logik und Ethik in der Zeit zwischen der Publikation der »Beyträge zu einer begründeteren Darstellung der Mathematik«<sup>1</sup> und dem Anfang seiner Arbeit an der »Wissenschaftslehre«<sup>2</sup> darstellen.

Bolzano(2) enthält einen Plan für eine wissenschaftliche Gliederung der mathematischen Disziplinen. Eine solche Gliederung muß nach Bolzano die folgenden Fächer umfassen<sup>3</sup>:

### A. Allgemeine Mathesis

### B. Besondere mathematische Disziplinen

#### I. Aetiologie (Lehre von Grund und Folge)

#### II. a. 1 Chronometrie (Zeitlehre)

#### 2 Geometrie (Raumlehre)

#### b. 1 Chronische Aetiologie (Ursachenlehre)

#### 2 Reine Naturwissenschaft (Mechanik oder Bewegungslehre)

Bolzano(2) ist eine allgemeine Einführung in die Klassifikation und Methodologie der Mathematik. Das im vorliegenden Band veröffentlichte Werk mit dem Titel »Allgemeine Mathesis« entspricht Punkt A der Gliederung. Es befindet sich in zwei von Bolzano geschriebenen Fassungen in der Handschriftensammlung der Österreichischen Nationalbibliothek [ÖNB] unter der Signatur S.n. 3457. Die erste Fassung ist auf Bl.3v auf den

<sup>1</sup> Bolzano(2). Siehe die Bibliographie weiter unten.

<sup>2</sup> Bolzano(19).

<sup>3</sup> Vgl. Bolzano(2), S. 20–26, 37.

14. November 1810 datiert. In dieser Ausgabe wird zunächst die zweite Fassung (S.n. 3457. 1.b), die 16 Blätter in der Größe 212x174 mm umfaßt, wiedergegeben. Danach folgen die letzten zwei Drittel der ersten Fassung (S.n. 3457. 1.a, Bl.6v–16, in der Größe 218x180 mm), die in der zweiten Version nicht behandelte Themen enthält. Die Blattzählung gibt – wie bei allen ÖNB-Manuskripten des vorliegenden Bandes – die (nicht von Bolzano stammende) Follierung mit Rotstift wieder. Das Titelblatt der ersten Fassung ist folgendermaßen beschriftet: »*Allgemeine Mathesis.* | Erster Aufsatz. | der Beyträge etc – 2<sup>te</sup> *Liefer[un]g.*« Die beiden Versionen von Bolzanos Manuskript enthalten folglich zusammen die ersten Abschnitte des ersten Teils der geplanten Fortsetzung zu Bolzano(2).

Als Einleitung zu einer ausführlicheren Darstellung der Lehren unter Punkt B der Gliederung habe ich ein kurzes Manuskript Bolzanos über »Einige Lehnsätze aus der Aetiologie« vorangestellt. Es liegt unter der Signatur S.n. 3458.2.c in der ÖNB vor und umfaßt 6 Blätter in der Größe 212x180 mm (außer Bl.1). Das erste Blatt ist ganz durchgestrichen. Aus Bolzanos Paragraphenzählung geht die korrekte Anordnung der übrigen Blätter hervor: 3, 4, 5, 6, 2.

Hiernach folgt ein von Bolzano geschriebenes Manuskript mit dem Titel »Vorbereitungslehren«, das aus dem Prager Nachlaß im Literaturarchiv des Památník národního písemnictví stammt. Es umfaßt 56 Blätter in der Größe 214x180 mm und mit Bolzanos Bogenzählung: 1–14. Es ist außerdem mit Bleistift (nicht von Bolzano) rechts unten lückenhaft foliiert: 1, 10, 20, 30, 40, 50, 56. In der Ausgabe wird eine Ergänzung dieser Follierung benutzt. Die Blätter 1v, 30v, [31], [32], 40v, 56 sind leer. (Im Prager Nachlaß findet sich unter dem Titel »Aetiologie« auch ein 30 Blätter umfassendes Manuskript Bolzanos, das sehr skizzenhaft und größtenteils durchgestrichen ist.)

Der erste Teil der »Vorbereitungslehren« (Bl.1r–40r) behandelt die Aetiologie, die Lehre von Grund und Folge. In seiner »Wissenschaftslehre« versucht Bolzano, die Sätze über die Beziehung zwischen Grund und Folge durch seine Theorie der Abfolge-Relation zu formalisieren. Der erste Abschnitt der Aetiologie, »Einige Lehren der allgemeinen Aetiologie« (Bl.1r–[24]r), entspricht B I in Bolzanos Gliederung der mathematischen Wissenschaften. Der zweite Abschnitt, »Grundlehren der Chronologie« (Bl.[24]v–30r), entspricht Punkt B II.a.1, und der dritte Abschnitt, »Grundlagen der speziellen Aetiologie« (Bl.[33]r–40r), entspricht Punkt B II.b.1 der Gliederung.

Der zweite Teil der »Vorbereitungslehren« (Bl.[41]r–[55]v) hat den Titel »Eigentliche Mechanik« und entspricht somit Punkt B II.b.2 der Gliederung. In der ÖNB finden sich unter der Signatur S.n. 3458.6 vier Bearbeitungen eines Manuskripts über Mechanik, von denen die drei letzteren ebenfalls die Überschrift »Eigentliche Mechanik« tragen. Die von Bolzano als vierte Bearbeitung bezeichnete Fassung ist auf dem ersten Blatt auf den 12. September 1808 datiert. Sogar diese vierte Version ist skizzenhaft und größtenteils durchgestrichen.

Zu Punkt B II.a.2 in Bolzanos Gliederung erscheinen im Band II A 6 der Gesamtausgabe verschiedene Frühschriften zur Geometrie. Der vorliegende Band enthält nur ein kleines Manuskript, »Neue Theorie der Parallelen« (ÖNB S.n. 3459.1.c), in dem actiologische Betrachtungen eine wesentliche Rolle spielen. Das von Bolzano geschriebene Manuskript umfaßt 4 Blätter in der Größe 225x186 mm, wovon Bl.3–4 leer sind. Auf der ersten Seite bemerkt Bolzano, daß er dieses Manuskript erst 9 Jahre nach seiner ersten Veröffentlichung, Bolzano(1) von 1804, geschrieben hat.

Bolzanos Manuskript zum Aufsatz »Etwas aus der Logik« ist nicht erhalten geblieben. Es existieren jedoch vier Abschriften im Prager Nachlaß:

1. Ein von Peter Bolzano geschriebenes, zusammengeheftetes Manuskript von 28 Blättern in der Größe 248x200 mm (wobei Bl.[1]v, [26]v, [27]v und [28] leer sind). Das Manuskript enthält viele Verbesserungen und Zusätze von Bernard Bolzano (mit Bleistift) sowie von M.J.Fesl (mit Feder) und wird im vorliegenden Band unter Berücksichtigung der anderen drei Manuskripte wiedergegeben.

2. Ein von Joseph Matějka geschriebenes Manuskript<sup>4</sup> von 23 Blättern in der Größe 179x112 mm (wobei Bl.[1]v und [23]v leer sind) unter dem Titel: »Bolzano's | Etwas aus der | Logik«. Das Manuskript ist mit Bleistift foliiert: 210 (Bl.[12]r), 200 (Bl.[2]r), 220 (Bl.[19]r), 210 (Bl.[12]r), 230 (Bl.[21]r), 231 und 220 (Bl.[22]r), 232 und 221 (Bl.[23]r), auf den 17.7.1819 datiert (Bl.[23]r) und gebunden als Anhang eines Bandes unter dem Titel: »Bolzanos | Religions-|Wissenschaft.« mit dem Untertitel: »Christkatholische Dogmatik und Moral.«; es enthält Abschnitt 3–6 des 2. Hauptstückes und das 3. Hauptstück. Der erste Band dieses Werkes enthält außerdem auf der letzten beschriebenen Seite folgende Datierung: »L.[eitmertitz] d. 14[.] May 819. «

<sup>4</sup> Bartoš(1), Nr. 3499.



3. Ein von Václav Kratochvíl geschriebenes, gebundenes Manuskript<sup>5</sup> von 23 Blättern in der Größe 255x202 mm (wobei Bl.1 v und [23] leer sind) unter dem Titel: »*Etwas aus der Logik* | zum Privatunterrichte | vom | *Prof Ber. Bolzano* | zusam̄[men]gestellt.« Das Manuskript ist mit Bleistift rechts unten lückenhaft foliiert: 1–5, 20, 22, und auf Bl.22 v datiert: »Dopsal dne 21. Prosince 849 [Geschrieben den 21. Dezember 1849]«. Auf Bl.1r findet sich eine Anmerkung mit Bleistift: »Od *Daneše* [Von Daneš].« Das Manuskript wurde nämlich 1897 der Bibliothek des Nationalmuseums in Prag von František Daneš geschenkt.<sup>6</sup>

4. Ein von Carl Alois Laube geschriebenes, gebundenes Manuskript<sup>7</sup> von 37 Blättern in der Größe 234x190 mm (wobei Bl.[1] v, [36] v und [37] leer sind) unter dem Titel: »*Etwas | aus der Logik | von | Dr: Brn: Bolzano.*« Das Manuskript ist vom Schreiber paginiert: 1–69 (Bl.[2]r–[35]r). Auf Bl.[1]r findet sich eine Anmerkung von Fesl: »erh.[alten] 24[.] Aug. 1850 | von Hrn Laube in Leitmeritz.«

Eine Datierung des ersten Manuskripts ist derzeit unsicher. In Anbetracht der Tatsache, daß Peter Bolzano 1793 geboren wurde, ist ein Entstehungstermin nach 1813 unwahrscheinlich. Ein Entstehungstermin vor 1811 ist ebenfalls unwahrscheinlich, da Peter Bolzano um diese Zeit erst sein Logikstudium unter der Leitung seines Bruders Bernard anhand des Lehrbuches von L. H. Wagner<sup>8</sup> begann.<sup>9</sup>

Zu Anfang des Wintersemesters 1819 wurde Bernard Bolzano beauftragt, zwei Söhnen des Fürsten Schwarzenberg Privatunterricht in Logik zu geben. Bolzanos Äußerungen in einem Brief an Fesl vom 9. 12. 1819<sup>10</sup> lassen vermuten, daß er dabei die Vorlage zu Peter Bolzanos Manuskript verwendete. Die Abhandlung erschien 1831 in tschechischer Übersetzung von František Šfr<sup>11</sup>. Die 1883 erschienene tschechische Übersetzung von Emilie Schmutzrová<sup>12</sup> ging von Kratochvíls Manuskript aus.<sup>13</sup>

Es folgen zwei Aufsätze Bolzanos, einer über das oberste Sittengesetz und ein anderer über »*Logische Vorbegriffe*«, die in einem Manuskript

<sup>5</sup> Bartoš(1), Nr. 2299.

<sup>6</sup> Pavlíková(2), S. 513.

<sup>7</sup> Bartoš(1), Nr. 2660.

<sup>8</sup> Wagner(1).

<sup>9</sup> Vgl. Bolzano(E 1), S. 77.

<sup>10</sup> Vgl. Pavlíková(2), S. 514.

<sup>11</sup> Bolzano(13).

<sup>12</sup> Bolzano(57).

<sup>13</sup> Pavlíková(2), S. 513.

zusammengefaßt sind. Das Manuskript findet sich im Prager Nachlaß und umfaßt 8 Blätter in der Größe 224x197 mm. Die drei letzten Seiten sind leer. Das Manuskript ist von Bolzano bogengezählt: 1–2. Der zweite Aufsatz (Bl.[2]v–[7]r) folgt direkt auf den ersten und behandelt philosophische Themen, die später in der »Wissenschaftslehre« wiederkehren. Eine frühere Transkription des Manuskripts wurde in Winter(40) veröffentlicht. Bolzanos Bemerkung (Bl.[2]r), das Manuskript sei mehr als achtzehn Jahre nach dem Anfang seines Logikstudiums geschrieben<sup>14</sup>, läßt auf das Jahr 1814 oder 1815 als wahrscheinlichen Entstehungstermin schließen.

Die letzte Abhandlung, »Uiber den Begriff der Größe und die verschiedenen Arten derselben«, liegt in der ÖNB unter der Signatur S.n. 3457.2 vor und umfaßt 29 Blätter in der Größe 221x185 mm. Das von Bolzano geschriebene Manuskript ist auf Bl.1r auf September–Oktober 1816 datiert.

*Jan Berg*

<sup>14</sup> Vgl. auch Fußnote 58 weiter unten.

BERNARD BOLZANO

AETIOLOGIE

|| Vorbereitungslehren. |

1r

|| *Erster Abschnitt. Einige Lehren der | allgemeinen Aetiologie.* |

[2]r

§. 1. |

5 *Zweck und Inhalt dieses Abschnitts.* ||

In Rücksicht auf die so wichtigen | Begriffe von *Grund* und *Folge* gibt | es man-  
cherley Lehrsätze, von denen | Einige freylich jedem gesunden Men-|schen-  
10 verstande von selbst einleuchten, || Andre dagegen von *der* Art sind, daß | sie  
nur durch ein methodisches Nach-|denken erst gefunden und aner-|kannt wer-  
15 den können. Es wäre der | Mühe werth, diese und jene etwas || vollständiger,  
als es in den gewöhn-|lichen Lehrbüchern der Philosophie, und | insbesondere  
der Metaphysik oder | der Ontologie \* bisher geschehen ist, | zu sammeln; und  
20 wären sie zahl-|reich genug, um einen eigenen Titel | zu verdienen, so könnte  
man sie mit | dem Nahmen der *Aetiologie* belegen. || Der Mathematiker bedarf [2]r  
dergleichen | ätiologische Lehrsätze in jedem Theile | seiner Wissenschaft, sogar  
5 in der | *reinen und allgemeinen* Größenlehre || d.h. der Arithmetik. Aus diesem  
Grun-|de habe ich in dem gegenwärtigen Ab-|schnitte Einige dieser Lehrsätze  
doch nur | diejenigen zusammengestellt, welche | ich im Verfolge benöthigen  
10 werde. || Ich habe sie Lehren der *allgemeinen* | Aetiologie genannt, weil es noch  
eine | *besondere*, und zwar *f*: wenn ich so sagen | darf: | *chronische* Aetiologie gibt,  
15 in | welcher zu den *allgemeinen* Begriffen || von Grund und Folge noch der  
Begriff | der *Zeit* hinzukömmt. Diese letztere | ist eine *besondere Einleitung* in  
die Me-|chanik, und wir werden die nöthigsten | Sätze aus ihr weiter unten aus-  
20 heben; || die erstere, mit der wir uns jetzt be-|schäftigen, kann der *gesamten*  
*Mathe-|sis* als Einleitung voransteh[e]n. |

\* z. B. selbst in *Wolfi Ontologia.* |

*Bedeutung der Worte Grund und Folge.* |

- [5]r Die Begriffe, welche wir durch die Worte | *Grund* und *Folge* (*ratio et sequela*) || 25  
 ausdrücken, sind keiner eigentlichen | *Erklärung* (*definitio*) fähig, indem es |  
 einfache und erste *Grundbegriffe* sind, | bey welchen es eben darum kein  
*genus* || *proximum* und keine *differentiam spe-* | *cificam* gibt. | 5  
 Um sich indessen auch über *solche* Be- | griffe, und über das *Wort*, welches zu |  
 ihrer Bezeichnung dienen soll, genauer || zu verständigen, bleiben noch *zwey* | 10  
 Mittel übrig. Das Eine ist die Be- | nützung anderer gleichviel bedeuten- | der  
 Worte und Redensarten, die un- | sern Zuhörern etwa *bekannter* sind, || und die 15  
 wir mit jenem *unbekannten* | Worte in identischen Sätzen verbin- | den. Der-  
 gleichen identische Sätze wären | für unsern gegenwärtigen Fall: *Grund* | ist,  
 was etwas Anderes *bestimmt*, und | dieses Andere ist – die *Folge*. Oder: || *Grund* 21  
 ist, wovon ein Andres *abhängt*, oder |  
 || wodurch es *her-* | *vorgebracht* wird, oder woraus erkannt | wird, warum es so 25  
 und nicht anders | sey; und dieses Andere heißt die *Folge*. – || Das *zweyte* noch 26  
 [5]v ausgebreitetere Mittel, | sich über Begriffe und Worte zu ver- | ständigen[,] ist 5  
 die Aussprechung solcher | Urtheile, in welchen diese Begriffe un- | ter verschie-  
 denen Verbindungen vor- | kommen. Aus der Vergleichung | dieser Sätze ab-  
 strahirt sich der Zuhörer, von | welchem Begriffe hier die Rede sey, und wel- |  
 ches Wort ihn bezeichne. Dieß ist be- | kanntlich das Mittel, durch welches wir 10  
 ein | Jeder die ersten Worte in unsrer Mut- | tersprache kennen lernten. Für  
 un- | sern gegenwärtigen Fall scheint es jedoch | nicht nothwendig, auch noch  
 dieß Mit- | tel anzuwenden, weil schon das erstere || hingereicht haben wird. | 16

## || §. 3. |

I. Grundsatz. *Wo der Grund ist, da | ist nothwendig auch die Folge.* | 24

## §. 4. |

- [4]r II. Grundsatz. *Von Allem was ich er- | kenne, muß ein Grund vorhanden seyn, |*  
*warum ich es erkenne.* |  
*Anm.* *Vorhanden seyn* – sag' ich, allein | nicht immer auch <für uns> *erkennbar*,  
 noch weni- | ger wirklich v.[on] *uns erkannt*. – Dieses ist | der bekannte Satz vom 5  
*Grunde*, | hier unserer gegenwä- | rigen Absicht gemäß, bloß auf *Er- | kenntnisse*  
 eingeschränkt. Uibrigens || gilt er jedoch auch von Gefühlen, nur | meiner An- 10  
 sicht nach nicht von den *Aeu- | ßerungen des freyen Willens*; und | eben deßhalb  
 habe ich den sonst gewöhnlichen | Ausdruck desselben »*Alles was ist* (oder || 15  
*geschichte*) *hat seinen Grund* [«], nicht bey- | behalten wollen. – Offenbar ist es |

endlich, daß man ohne Voraussetzung dieses | und des vorhergehenden Satzes  
20 gar keine | Schlüsse und Beweise annehmen kann; || und hieraus ergibt sich,  
daß diese | beyden Sätze in jeder Wissenschaft, also | auch in der Mathematik,  
stillschwei-|gend vorausgesetzt werden; wie auch, daß | es unmöglich sey, einen  
25 Beweis für sie || zu geben, daß sie mithin den Nahmen | *Grundsätze* mit allem  
Rechte verdienen. |

[4]v

§. 5. |

III. *Grundsatz. Gleiche Gründe haben | gleiche Folgen.* |

5 *Anm.* Dieser Grundsatz, den man auch || so ausdrücken kann: »*Dinge,*  
*deren be-|stimmende Stücke gleich sind, sind selbst | gleich*« (s.[iehe] §. 2. Anm.),  
ist in allen Thei-|len der Mathematik, selbst in der rei-|nen d.h. der Arithmetik  
10 unentbehrlich. || Daß z.B. *gleiche Factoren gleiche Producte | geben* | kann man  
nur daraus be-|weisen, weil die Factoren das Product | *bestimmen*, und Dinge,  
15 deren bestim-|mende Stücke gleich sind, auch selbst gleich | seyn müssen. u.  
drgl. m. |

§. 6. |

20 IV. *Grundsatz. Gleiche Folgen haben | nicht nothwendig auch gleiche Gründe.* ||

*Anm.* (Wir verstehen hier unter | *Gleichheit* die völlige Einer-|leyheit *aller*  
(5) *Eigenschaften*; | so daß zwey *gleiche* Dinge || eigentlich nur Ein und dassel-|be  
Ding *zweymahl gedacht* | sind. In diesem Sinne des | Wortes behaupten wir |  
jetzt: daß) auch aus *ungleichen* Gründen | *gleiche Folgen* entspringen können;  
oder | daß man nicht rückwärts aus der (Beschaffenheit) [der] Folge | auf die  
Beschaffenheit des Grundes, der sie hervorgebracht | hat, schließen könne. Die  
25 Wahrheit dieses Sa-||tzes, von welchem einige Ontologen schein-|bar sogar das  
*Gegentheil* behaupten, || erhellet aufs deutlichste aus einigen Bey-|spielen. S ;  
kann man die *Summe* als eine | Folge betrachten, von welcher den Grund | die  
5 einzelnen *Summandi* ausmachen; glei-|che *Summandi* also geben gleiche Sum-  
men, | aber nicht umgekehrt setzen gleiche Summen | auch gleiche *Summandus*  
voraus. Die (absolute Größe des) *Flä-|cheninhalts* eines Dreyecks kann ange-  
10 sehen | werden als eine *Folge*, die in der absoluten Länge || der *drey Seiten*  
gegründet ist; und deßhalb | haben Dreyecke von gleichen Seitenlängen auch  
gleiche Größe | des *Flächeninhalts*; nicht aber umge-|kehrt. Die (absolute)  
Größe und der Vereinigungswinkel der bey-|den *äußern Kräfte* bestimmt die  
16 absolute | Größe jener *mittlern*, die || ihnen gleichgültig seyn soll; wo also jene  
beyden Stü-|cke gleich sind, da ist es | auch die absolute Größe | der *mittlern*  
Kraft;) |  
18 || allein nicht um-|gekehrt. – Daß übrigen dieser sowohl | als auch der vorher-  
gehende Satz (§. 5) ein | unbeweisbarer und echter *Grundsatz* | sey, erhellet

5]r

daraus, weil der Begriff | des *Grundes*, der in beyden vorköm[m]t, | keiner Zerlegung fähig ist. |

25

§. 7. |

[5]v *Erklärung.* Wenn **A** als Grund von **B**, | **B** wieder als Grund von **C**, **C** wieder || als Grund von **D** gedacht wird, u. s. w.; so | heißt man **A** den *nächsten* oder *unmittelbaren Grund* von **B**, und **B** die *nächste* | oder *unmittelbare Folge* von **A**; dagegen || von **C**, **D**, . . . heisset man **A** einen *entfern-|ten* oder *mittelbaren Grund*, und **C**, **D**, . . . | dessen *entfernte* oder *mittelbare Folgen*. |

5

*Anm.* Diese Unterscheidung des näch-|sten und der entfernten Gründe ist be-||sonders wichtig in der Mechanik. Bey | jeder Bewegung wird als nächste 10 Ur-|sache von dem zurückgelegten Raume | eine gewisse *Geschwindigkeit* in dem be-|weglichen Objecte angenommen; als näch-||ste Ursache von dieser aber 15 wird eine | *Kraft* gedacht. Die letztere also wird | nicht als nächste, sondern als eine ent-|fernte Ursache von der beschriebenen | Bahn betrachtet; eine Bemerkung, von || welcher, wie sich unten zeigen wird, die | wichtige Bestimmung der 20 Formeln für | Geschwindigkeit und Kraft abhängt. |

§. 8. |

*Lehrsatz.* Wo der Grund ist, da ist noth-||wendig nicht bloß seine *nächste*, son- 25 dern | auch jede seiner *entfernten Folgen*. ||

[6]r

*Beweis.* Wo der Grund ist, da ist wenigstens (nach §. 5) | auch seine *nächste* Folge. Also wo **A** ist, ist | auch **B**; wo **B** ist, auch **C**; wo **C** ist, auch **D**; | u. s. w. Mithin wo **A** ist, sind auch **C**, **D**, . . . || dessen *entfernte Folgen*. |

5

§. 9. |

*Lehrsatz.* Von gleichen Gründen sind nicht | nur die nächsten, sondern auch alle | noch so *entfernte Folgen* gleich. ||

10

*Beweis.* Sind die Gründe gleich, so sind | es (nach §. 5) zum wenigsten auch ihre | *nächsten Folgen*. Sind also **A** und **a** | gleich, so sind es auch **B** und **b**; sind | **B** und **b** gleich, so sind es auch **C** und **c**; | u. s. w. |

15

§. 10. |

*Erklärung.* Der Grund, den alle meine | Vorstellungen und Urtheile haben | müssen (§. 4.), wird immer nothwendig || Eines von beyden seyn: entweder 20 wieder | für mich erkennbar, oder nicht erkenn-|bar. Im ersten Falle, wenn ich ein | Urtheil fälle darum, weil ich so eben | mir des Grundes bewußt geworden [6]v bin, || von w[e]lch[e]m es eine Folge ist; so heiße ich || diese Verrichtung meines 25 Geistes ein *Fol-|gern* oder *Schließen*; auch wohl (obgleich mit | einem besondern

Nebenbegriffe) ein *Beweisen*. | Urtheile, die einen f.[ür] mich erkennbaren  
5 Grund || haben, heisse ich daher *beweisbare*, die | Andern *unbeweisbare*. |

8 §. 11. |

*Erklärung*. Bey Einige[n] von meinen Urtheilen <ist das Prädicat an | das  
(5) Subject mit dem | Bewußtsey[n] der | Nothwendigkeit ge-|knüpft; bey Andern |  
nicht. Die erstern > |

14 || heisse ich <nothwendige (auch) a priorische>; die letz-|tern <zufällige (auch)  
empirische>. – Unbeweisbare Ur-|theile (§. 10), die a priorisch sind, heisse | ich  
Grundsätze; die empirisch sind, un-|mittelbare Wahrnehmungen. |

20 *Ann.* So ist das Urtheil: »in jedem gleich-||schenkligten Dreyecke sind die  
Winkel | an der Grundlinie gleich« – ein a priori-|sches; das Urtheil: »es  
schneyet« ein empi-|risches. Die Copula in einem a priorischen | Urtheile ist  
25 ein wenn auch nicht ausdrück-||lich gesetz[t]es doch immer stillschweigend |  
verstand[en]es: *ist nothwendig*; bey einem || empirischen dagegen ein bloßes [7]r  
asserto-|risches: *ist*. – Noch besser würde man | aber vielleicht alle Urtheile in  
5 vier Klassen | theilen, jenachdem ihre Copula <in einem> *Muß* || *seyn*, *Soll seyn*,  
*Kann seyn* oder *Ist* be-|stehet. Die erstern Drey sind a prio-|risch; hier aber  
10 haben wir es nur mit | Urtheilen der ersten oder letzten Art | zu thun. ||

§. 12. |

1. *Zusatz*. Urtheile, die aus zwey a prio-|rischen gefolgert sind, sind gleichfalls |  
15 a priorisch. Denn wenn die beyden | Prämissen die Copula: *ist nothwendig* ||  
enthalten, so hat auch die Conclusion die | Copula: *ist nothwendig*. |

§. 13. |

2. *Zusatz*. Im Gegentheile aus einem empi-|rischen Urtheile kann immer nur  
ein | gleichfalls empirisches gefolgert werden; | wenn noch ein a priorisches  
22 dazu genom-|men wird. |

24 || §. 14. |

*Erklärung*. Den Grund von einem un-|beweisbaren Urtheile, das ich mit Noth-|  
wendigkeit denke, (von einem Grundsatz), || nenne ich theils die *absolute* [7]v  
*Nothwendig-|keit an sich*, theils – (in wiefern er | nähmlich auch in *mir*, der ich  
5 das Urtheil | fälle, liegen kann) – die *eigenthüm-|liche Beschaffenheit meines*  
*Denkvermö-|gens*. – Der Grund von einem unbeweis-|baren Urtheile, welches  
ich *nicht* mit Noth-|wendigkeit denke (von einer *Wahrneh-|mung*) erscheint  
10 mir eben darum als || etwas *nicht* Nothwendiges, sondern nur – | *Wirkliches*; und  
weil es dieser Urtheile | sehr vielerley gibt, und verschiedene Fol-|gen <noth-



wendig) auch verschiedene Gründe voraus-|setzen (§. [5].); so muß ich für diese  
Art || der Urtheile *mehrerley Gründe* anneh-|men; ich thue es, und nenne sie 15  
*Dinge | außer mir*. – Die Vorstellungen in mir, | von welchen ich diese Dinge  
als Gründe | annehme, nenne ich *Eigenschaften* (und || zwar *erkannte* Eigenschaf- 20  
ten) dieser | Dinge. |

§. 15. |

*Erklärung.* Die *Eigenschaften*, die ein | *Ding außer mir* besitzt, d.h. die Vor-  
stel-|lungen, die seine Betrachtung in meinem | Bewußtseyn erregt, können von 25  
[8]r einer | *doppelten* sehr wohl zu unterscheidenden || Art seyn. *Zuerst* Vorstellungen,  
die dieses | Ding auch noch mit manchem *Andern* entwe-|der wirklich gemein  
hat, oder doch gemein ha-|ben kann; und solche nenne ich *Begriffe*, und inso-  
fern sie als <*Eigenschaften* eines | Dinges gedacht wer-|den, *Merkmale* | *dieses*  
*Dinges*.> || Nebst diesen aber muß es | auch *zweytens* nothwendig noch einige 5  
Vorstel-|lungen in mir erwecken, die nur *gerade* | *diesem Dinge*, ganz *eigen-*  
*thümlich* zukom-|men, um derentwillen ich aber sage, daß || ich jetzt *dieses* und 10  
kein *Andres* Ding wahr-|nehme; und diese nenne ich *Anschau-|ungen*. |

*Ann.* Die Rose, die ich hier vor mir wahrn[e]hm[e] |, erregt Vorstellungen  
in mir, die zum || Theil andre Gegenstände gleichfalls | erregen können, viel- 15  
leicht auch schon erre-|get haben z.B. die Vorstellung von einer | *rothen Farbe*,  
von einer *wellenförmigen* | *Gestalt* der Blätter, von ihrer *Schwere* u. dgl. || 20  
Dieß sind *Begriffe*. Allein nebst diesen | muß die *gegenwärtige Rose* auch noch  
ei-|nige Vorstellungen in mir erwecken, die | nur *ihr eigen* sind, weßhalb ich  
eben sage, | daß ich jetzt *diese* und keine *andre* Rose wahrn[e]hme. || Derglei- 25  
chen Vorstellungen sind z.B. die | von der *bestim[m]ten Stelle* im Raume und |  
in der Zeit, die sie gerade einnimmt u[.] dgl. | Dieß sind *Anschauungen*. – *Be-*  
[8]v *griffe*, || weil sie oft wiederkehren, entschloß man | sich mit eigends für jeden  
einzelnen erdach-|ten *Wörtern* zu bezeichnen. *Anschauun-|gen* dagegen sucht  
man vergebens durch || Worte auszusprechen; und selbst die *eige-|nen* *Nahmen*, 5  
und die durch Beysetzung *an-|zeigender* Für- und Nebenwörter zu eige-|nen  
*Nahmen* gestempelten *Nennwörter* | bezeichnen nicht *reine* *Anschauungen*,  
sondern || ganze *einzelne Gegenstände*, an denen sich | also nebst *Anschauungen* 10  
auch noch *Begrif-|fe* finden. <Übrigens brauche ich wohl | nicht erst zu sagen,  
daß | ich hier das Wort *Anschau-|ung* in einer andern, und || zwar engeren Be- (5)  
deutung | nehme, als es einst *Kant* | genommen hatte.> |

§. 16. |

*Lehrsatz.* Anschauungen können nie Prä-|dicat von Begriffen werden. | 15  
*Beweis.* Denn da *Begriffe* stets etwas | *Vielfaches* bezeichnen; so muß, was

20 ei-|nem Begriffe zukömmt, auch etwas | Vielfaches, mithin kann es nie etwas ||  
Einzelnes, also nie eine Anschauung | seyn. |

*Ann.* Die Röthe, welche gerade dieser | Rose, als solcher zukö[m]t, (und  
25 eine *An-|schauung* ist), kann eben darum nie || einer Andern, also auch nicht  
*Rosen* | überhaupt (d.h. einem *Begriffe*) zukom-|men. – Anschauungen können  
also nur | Prädicate von solchen Subjecten werden, || die selbst Anschauungen [9]r  
sind. Z.B. »*diese* | Rose hat *diese* Röthe.« |

§. 17. |

*Lehrsatz.* Urtheile, deren Subject aus einer (bloßen Anschauung | ohne Begriff  
5 be-|steht, sind allemahl) || *empirisch*. |

*Beweis.* | Denn | Urtheile, die *a priorisch* sind, denke ich | mit dem Bewußtseyn  
10 der Nothwendigkeit; || und ihren *Grund* suche ich in nichts An-|derm, als in  
der absoluten *Nothwendig-|keit an sich*, und in der eigenthümlichen | *Beschaf-*  
15 *fenheit meines Denkvermögens*. | Sie müssen also so ausgedrückt wer-||den kön-  
nen, daß darin nichts enthalten | sey, daß mich an ein *Ding außer mir* zu |  
denken nöthige, d.h. daß keine *Anschau-|ungen* darin vorkommen; denn diese |  
20 sind ihrer Erklärung nach (§. 15.) nicht || ohne Vorstellung eines einzelnen  
Dinges | außer mir gedenkbar. Ist also das | Subject des Urtheils eine bloße An-  
schau-|ung ohne Begriff; so kann auch das Prä-|dicat unmöglich mit dem  
25 Bewußtsein || der Nothwendigkeit daran geknüpft | seyn, d.h. das Urtheil  
muß *empirisch* | seyn. || [9]v

*Ann.* In allen *a priorischen* Urthei-|len sind also im *Subjecte* sowohl als |  
5 auch im *Prädicate* (§. 16.) *wesentlich* | nur – *Begriffe* enthalten. *Zufällig* || aber  
können *nothwendige* Urtheile | in ihrem Subjecte auch *Anschauungen* | enthal-  
ten; wenn nämlich diese mit | solchen Begriffen zu Einem Subjecte ver-|  
10 bunden sind, denen das Prädicat des || Urtheils nothwendig zukömmt. Z.B.  
»das | gleichschenkligte Dreyeck, das ich *hier* vor | mir anschau, hat die bey-  
den Winkel | an der Grundlinie nothwendig gleich[«]. Oder | »Cajus (ein  
15 <gewisser> *Mensch*) besteht aus *Leib* und || *Seele*.« |

§. 18. |

*Erklärung.* Ich finde in meinem Geiste das | Vermögen gewisse Gegenstände  
20 bald | *einzel*n für sich, bald in *Verbindung* || mit einander als *Ein Ganzes* zu den-  
ken. | Die *Merkmale* (§. 15.), welche mir die Be-|trachtung eines *einzelnen*  
*Dinges für sich* | darbietet, heisse ich *innre Merkmale* des-|selben. Die Merk-  
25 mahle, welche mir die Be-||trachtung eines aus mehrern Theilen zu-|sammen-  
gesetzten *Ganzen* liefert, heisse | ich in Beziehung auf seine einzelnen Theile || 10r

äußere Merkmale dieser Theile. | (Auch wohl *Verhältnißbegriffe*.) Und | die  
Betrachtung eines solchen Ganzen selbst, | nennt man *Vergleichung*. ||

*Anm.* Ob etwas innres oder äußeres | Merkmal sey, köm[m]t also auf |  
die Bestimmung an, was man zu *Einem* | Gegenstande mitzählen will oder  
nicht. Z.B. | daß die gerade Linie A der Länge nach || gleich sey der Linie B, 10  
ist ein äuße-|res Merkmal von A; dagegen ein inne-|res von jenem Dreyecke,  
in welchem beyde | Linien als Seiten vorkommen. |

§. 19. |

*Zusatz.* Die Merkmale, welche uns | die Beobachtung eines Dinges, oder seine |  
Vergleichung mit einem Andern dar-|bietet, sind eine Art von *Folgen*, deren |  
Grund die *Dinge*, die wir beobachten, || und die Beschaffenheit unseres Erkennt-| 20  
nißvermögens ist. (§. 14.) Da nun *nicht* | alle Folgen ihren Grund bestimmen |  
(§. 6.); so dürfte es auch Dinge geben, | aus deren Merkmalen *sie selbst*, die || 25  
Dinge, nicht bestimmt würden. Mithin | könn't es auch Dinge geben, deren  
10v *innere* || Merkmale *gleich*, und *äußere* doch *un-|gleich* wären. |

*Anm.* Von *Dingen außer uns*, die wir | als *wirklich* denken, ist es *gewiß*, daß  
sie || durch ihre *Merkmale* (innre sowohl als | äußere) nie ganz bestimmt 5  
werden; | denn sie erregen nebst *Begriffen* auch | noch *Anschauungen* in uns.  
(§. 15.) Da nun | ihrer Erklärung nach || stets nur *Begriffe* nie aber *Anschauun-|* 10  
*gen* verschiedener Dinge einander *gleich* | genannt werden können; so erhellet, |  
daß *Dinge außer uns*, die wir als *wirk-|lich* denken, nie *völlig gleich* heißen 15  
kön-|nen, denn wenigstens müssen sie in *ver-|schiedenen Stellen des Raumes*  
*oder der* | *Zeit* angeschaut werden. Vollköm[m]en | *gleich* also (nach der §. 6.  
*Anm.* gegebenen | Erklärung) können || nie *wirkliche*, sondern nur bloße *Ge-|* 20  
*dankendinge* (d.h. Zusam[m]ensetzungen | mehrerer *Begriffe*) seyn. |

§. 20. |

*Erklärung.* In dieser Rücksicht (§. 19.) wol-|len wir Dinge, wenn ihre innern 25  
Merk-|mahle (theilweise) *gleich* sind, unentschieden, ob es | auch alle äußern  
sind, *ähnliche* Dinge | heißen. Die Merkmale selbst, welche | einander *gleich*  
[11]r sind, heißen *gleichnähmige*. ||

*Anm.* Dieser Begriff der Aehnlichkeit | umfasset vollkommen alles das, was  
man | in der *Geometrie* – *ähnlich* zu nennen | pflegt. So heißen alle *gerade*  
*Linien* || einander *ähnlich*, weil alle *Merkmale* | (die *Begriffe*, die durch *Worte* 5  
ausdrück-|baren Eigenschaften – nicht die *An-|schauungen*), die eine jede der-  
selben, | wenn sie für sich betrachtet wird unserm || Erkenntnißvermögen dar- 10  
bietet, voll-|kommen *gleich* sind. So heißen *Drey-|ecke* (und überhaupt *Figur-*

ren) einander | *ähnlich*, wenn ihre *Winkel* und die | *Verhältnisse ihrer Seiten*  
15 *gleich* sind; || weil eben dieses die Merkmale sind, | welche uns die Betrachtung eines ein-  
20 der *Freyherr* | von *Wolf* (in seinen *Elementis Mathe-*||*seos* sowohl als auch in seiner *Ontologia*) | gelehrt. Minder beachtet scheint aber | dieses, daß auch der geometrische Be-  
25 der geometrische Be-|griff der *Gleichheit* (Andre nennen es | Aehnlichkeit und Gleichheit) nur eine eigene || Art von *Aehnlichkeit* sey. *Gleich* (oder | *gleich und*  
*ähnlich*) heissen nämlich in || der Geometrie zwey räumliche Gegen-|stände, [11]v  
wenn alle Merkmale gleich sind, | die aus der *Messung mit einem gemein-*  
5 *schaftlichen Maße* hervorgehn. Diese || Gleichheit ist also offenbar keine | *völlige*, wie wir sie oben (§. 6. *Anm.*) an-|nahmen; denn hier ist noch – *Verschieden-*  
10 *heit des Ortes*: sie ist mithin nur eine | *Aehnlichkeit*, bey welcher ein *gemein-*||*schaftliches Maß* mit zu den *Dingen selbst* | gezählet wird. (§. 19.) –  
Wohin diese Be-|merkung führe, werden wir alsbald | sehen. |

§. 21. ||

15 *Lehrsatz*. Die innern Merkmale von **B** | sind aus den innern Merkmalen von **A** | erkennbar, wenn ich mit dem Bewußtseyn | der Nothwendigkeit erkenne, daß **B** die Fol-|ge sey von **A**. ||  
20 *Beweis*. Die innern Merkmale von **B** | sind eine Art von Folgen, wovon **B** und die | eigenthümliche Beschaffenheit meines Er-|kenntnißvermögens den Grund ent-|hält (§. [19].); mittelbarer Weise sind || also eben diese Merkmale auch in dem | *Grunde* von **B**, d. h. in **A** und meinem | Erkenntnißvermögen gegründet. – (§. 8.) || Erkenne ich also mit dem Bewußtseyn der | Nothwendigkeit, [12]r  
25 daß **B** die Folge sey von **A**; so erkenne ich auch mit eben diesem | Bewußtseyn der Nothwendigkeit, daß || die innern Merkmale von **B**, d. i. **b**, **b'**, . . . | in **A** und in meinem Erkenntnißver-|mögen gegründet seyen; d. i. ich bilde das Urtheil: | »**A** und mein Erkenntnißver-|mögen *hat nothwendig* **b**, **b'**, . . . zur  
30 Folge.« || Dieß Urtheil ist ein *a priori*ches (§. [11].); | es darf also in dem Subjecte dieses | Satzes (»**A** und mein Erkenntnißver-|mögen«) entweder gar keine  
15 *Anschauung* | vorhanden seyn, oder sie muß doch nur || zufälliger Weise gewissen *Begriffen* **a**, **a'**, . . . | so beygesellschaft seyn, daß das Prädicat | des Satzes (**b**, **b'**, . . .) auch den Begriffen | **a**, **a'**, . . . *allein* zukomme; dergestalt, daß | man den  
20 Satz habe: »**a**, **a'**, . . . *haben nothwen-*||*dig* **b**, **b'**, . . . zur Folge«; woraus durch die | Subsumirung des Minors »**A** | und unser Erkenntnißvermögen hat **a**, **a'**, . . . « sich | die Conclusion ergebe: »Also hat **A** auch **b**, **b'**, . . . [«] | Die Begriffe  
25 **a**, **a'**, . . . welche ver-|möge des Minors nichts anders seyn können, | als Vorstellungen, die **A** und unser Er-|kenntnißvermögen in uns hervorbringt, | sind

[12]v *Merkmale*, und zwar || *innere Merkmale* von **A** (§. 18.) Also | erkenne ich den Satz: »Die innern Merk-|mahle von **A** haben nothwendig die innern |  
Merkmale v[on] **B** zur Folge[«]; d.h. ich kann || die innern Merkmale der 5  
Folge **B** | herleiten aus den innern Merkmah-|len ihres Grundes. |

*Anm.* Begreiflich ist unser Lehrsatz | nicht anwendbar auf den Fall, wo man || nur aus *Erfahrung*, und nur mit *Wahr-|scheinlichkeit* schließt, »*daß* 10  
*ein gewisser* | Grund **A** die Folge **B** hervorbringe«. Ha-|ben wir nämlich erst öfters wahrgenommen, | daß zwey Erscheinungen **A** und **B** einander || beglei- 15  
ten, und daß vornehmlich **B** nie ausbleibt, | wo **A** vorhanden ist; so nehmen wir mit | einem gewissen Grade von Wahrscheinlich-|keit an: **B** sey die Folge von **A**.  
Je grö-|ßer die Anzahl unsrer Wahrnehmungen, || um desto höher auch jener 20  
Grad der | Wahrscheinlichkeit, den wir, wenn er sich | bis ins Unberechenbare versteigt, *mora-|lische Gewißheit* nennen. In einem sol-|chen Falle er-||lauben 25  
wir uns oft zu sprechen: »**B** müsse | *nothwendig* in **A** gegründet seyn.« | So sagen wir z.B. der Zucker sey ohne | Zweifel der Grund von jener *Süssig-|keit*,  
[15]r die wir in eben dem Augenblicke || empfinden, da wir ihn auf die Zunge | legen. – Gleichwohl sind wir in solchen | Fällen oft ganz und gar nicht im Stande, | die 5  
Eigenschaften der Folge aus den || Eigenschaften ihres Grundes zu erklä-|ren; oder wer weiß es zu erklä-|ren, warum gerade der Zucker jene so an-|genehme  
Empfindung in unsern Ge-|schmackswerkzeugen hervorbringe? || Solche Sätze 10  
sind nämlich von den *echt apriorischen* | noch sehr zu un-|terscheiden; nicht nur < sind sie > mit keinem | Bewußtseyn der Nothwendigkeit begleitet, | sondern sie haben nicht einmahl *völlige* || *Gewißheit*. | 15

#### §. 22. |

*Zusatz.* In *äußern* Merkmalen des | Grundes können die *innern* Merkmale | der Folge niemahls gegründet seyn. || Denn äußere Merkmale sind eine | Art 20  
von *Folgen*, wovon der Grund, nebst | unserm Erkenntnißvermögen, in **A** und | irgend einem noch andern Gegenstande | **X** liegt. Wären also die innern  
Merk-||mahle von **B** in äußern Merkmalen | von **A** gegründet; so wäre **B** in 25  
[15]v **A** || und **X** gegründet; was gegen die Vor-|aussetzung ist, daß **B** die Folge sey von **A** | *allein*. |

#### §. 23. ||

*Lehrsatz.* Bey solchen Gegenständen, | wo ich mit dem Bewußtseyn der Noth-|wendigkeit entscheide, was Grund, was | Folge sey; sind – *wenn die Gründe* 10  
*ähn-|lich sind, auch ihre Folgen ähnlich*. ||  
*Beweis.* Wo ich mit dem Bewußtseyn der | Nothwendigkeit entscheide, was Grund, was | Folge sey; da erkenne ich die innern | Merkmale der Folge aus

15 den innern | Merkmalen des Grundes (§. 21.). Mithin || *bestimmen* die innern  
Merkmale des | Grundes jene der Folge. Sind also jene | gleich, so sind es auch  
diese. (§. [5].) d.h. | mit andern Worten: sind die Gründe | ähnlich, so sind es  
20 auch die Folgen. (§. 20.). ||

*Ann.* Wenn also zwey Gründe **A** und | **a** *ähnlich* sind, d.i. wenn sich gar  
kein durch | Worte angeleglicher Unterschied unter ihnen | vorfindet; so muß  
25 sich auch unter ihren | Folgen kein solcher Unterschied vorfin-||den. Mithin,  
wenn z.B. in der Folge **B** zwey | *vergleichbare Größen* in dem Verhältnisse |  
**1:n** stehen; so muß es auch in **b** zwey || solche vergleichbare Größen geben, [14]r  
und | auch sie müssen in dem Verhältnisse | **1:n** stehen. – Man nennt solche  
5 Größen, | oder überhaupt solche *Theile* der Folgen, || welche auf gleiche Art  
bestimmt wer-|den – *gleichnamige*. |

#### §. 24. |

10 *Zusatz.* Bey der Voraussetzung des vorste-|henden Lehrsatzes (§. 23) sind nicht ||  
nur die *nächsten*, sondern auch alle | *entfernte* Folgen ähnlich. Denn | sind **A**  
und **a** ähnlich, so sind zufolge | des Lehrsatzes zunächst auch **B** und **b** | ähnlich;  
15 sind diese ähnlich, abermahls || zufolge eben dieses Lehrsatzes, auch **C** und |  
**c**, u. s. w. |

*Ann.* Der vorhergehende Lehrsatz (§. 23) | mit diesem Zusatze verbunden  
20 ist für | die Mathematik von der größten || Wichtigkeit. Zwar in der *reinen*  
Größen-|lehre, d.h. der Arithmetik[,] findet er keine | Anwendung, weil diese  
24 mit bloß *abstracten* | *Zahlen* (d.i. bloß mit *Begriffen*) sich be-||schäftigt, bey wel-  
chen <die *Aehnlichkeit* zur | völligen *Gleichheit* | wird. (§. 19. *Ann.*)> |  
26 || Anders verhält es || sich mit der Chronologie<sup>2</sup>, Geometrie, und | mit den übrigen [14]v  
Theilen der *angewand-|ten* Größenlehre, deren Object irgend | ein *wirk-*  
liches *Ding außer uns* ist, wo || also zu den *Begriffen* auch noch *Anschau-|ungen*  
5 hinzukommen. Hier | Einiges in der gedrängtesten Kürze nur | in Betreff auf  
10 die zwey *erstern* Discipli-|nen. Wie wir in unserm *ganzen* || *Denken* (in unserm  
*Vorstellen* sowohl als | *Urtheilen*) an gewisse Gesetze und Regeln | gebunden  
sind; so muß auch *insbe-|sondre dasjenige, was wir uns als ein | Ding außer uns*  
15 *vorstellen sollen*, so || mannigfaltig als es auch abändern kann, | doch nach  
*gewissen Bedingungen* sich im-|mer richten. So muß uns *Alles* in einer | *gewissen*  
Zeit, und | *Vieles* (das wir *Materie* nennen) auch nebstdem noch in einem  
20 ge-||wissen *Raume* erscheinen. So vieles will-|kührliche auch in diesem *Wann*  
und | *Wo* bleibt; so gibt es dennoch dabey | gewisse Gesetze, die schlechterdings |

<sup>2</sup> Dieses Wort ist von Bolzano geändert worden in: »Chronom[e]tr[i]e«.

nie überschritten werden können. Die || *Chronologie* lehrt diese Gesetze, so  
 [15]r weit | sie die *Zeit*; die *Geometrie*, so weit | sie den *Raum* betreffen. I. *Chrono-*||  
*logic*. Hier gibt es nur *zwey* Stücke, die | bloß *Anschauung* sind, und sich auf |  
 keine *Begriffe* bringen (durch keine *Wor-te* beschreiben) lassen: **a.**, die *absolu-*  
*te* Stelle, die || irgend ein Augenblick in der *Zeit* ein-|nimmt, und **b.**, die  
*absolute Entfernung*, die | zwey gegebene Augenblicke von ein-|ander haben.  
 Hieraus ersieht man schon, | daß es *zwey Arten der Aehnlichkeit* in der || *Zeit-*  
*lehre* geben werde: **a.**, die *Eine*, | wo ich die *Zeitsysteme für sich* betrachte, |  
 ohne mich irgend eines gemeinschaftlichen || *Zeitmaßes* (zu ihrer *Vergleichung*)  
 zu bedienen. Dieß ist |  
 || die *Aehnlichkeit in der gewöhnlichen Bedeu-tung* dieses Wortes, wo man zwey  
 Zeit-|systeme (einander) ähnlich nennt, wenn die | verschiedenen Zeitlängen  
 in ihnen in | gleichen Verhältnissen unter einander || stehen. (Z.B. Die Zeit-  
 längen in einer und | eben derselben Arie, die einmahl in | einem schnellern,  
 ein ander Mahl in | einem langsamern Tacte gesungen | wird.) **b.** die *Andre*,  
 wo ich auch ein || *gemeinschaftliches Zeitmaß* mit zu den | *Zeitsystemen* zähle,  
 [15]v mithin | eine || Gleichheit nicht nur der *Verhältnisse*, sondern | der *absoluten*  
*Zeitlängen selbst* fordere. | Dieß ist es, was man *Gleichheit in der ge-wöhnlichen*  
*Bedeutung* nennt. Vollkomne || Gleichheit zweyer *Zeitsysteme* fände | nur dann  
 statt, wenn auch die *Stellen* ih-|rer Augenblicke in der *Zeit* gleich wären, | d.h.  
 wenn beyde *Zeitsysteme* in der *That* | nur Ein und dasselbe Ding wären. – ||  
 10  
 II. *Geometrie*. Im Raume gibt es der *An-schauungen* wesentlich *vier*: **a.**, die  
*Stelle*, | eines *Puncts* im Raume; **b.**, die *Richtung*, | in welcher irgend ein andrer  
*Punct* zu ihm – | und **c.**, die *Entfernung*, || in der er *von* ihm liegt; endlich **d.**,  
 die | *Gegend*, in welcher ein *Punct* außerhalb | einer *Richtung* – zu ihr liegt.  
 Hieraus | ergeben sich demnach *vier Arten der | Aehnlichkeit* für räumliche  
 Gegenstän-||de: **a.**, die *erste*, die in der *Gleich-heit* nur solcher Merkmale  
 besteht, | welche die räumlichen Gegenstände, *jeder | für sich betrachtet*, dar-  
 bieten. Dieses | ist die *gewöhnlich* so benannte *Aehnlichkeit*. || (§. 20.) **b.**, die  
 25  
 25  
 [16]r *zweyte* findet statt, wenn | auch die *Gegenden*<sup>a</sup> gleich sind. Dieß | ist die Aehn-  
 lichkeit zweyer nach einerley || *Gegend* gewundener *Schnecken*. **c.**, die *drit-te*,  
 wenn auch die *Richtungen* gleich | sind. Dieß ist die Aehnlichkeit jener | zwey  
*Schnecken*, wenn ihre *Axen* || noch überdieß parallel gestellt sind. | **d.** die *vierte*  
 und letzte Art der Aehn-|lichkeit findet dann statt, wenn alle Ent-|fernungen  
 je zweyer und zweyer *Puncte* || gleich sind. |  
 9

<sup>a</sup> In dieser Aufzählung beziehen sich die Fälle **b.**, **c.** und **d.** auf die Fälle **d.**, **b.** und **c.** der früheren Aufzählung.

11 || Sie ist dasjenige, was man sonst schlechtweg | die *geometrische Gleichheit* |  
 16 || zu nennen pflegt. Diese *Gleich-|heit* ist aber, wie schon gesagt, keine *voll-|*  
 20 *kommene*; denn noch kann Verschie-|denheit in der *Gegend*, in der *Richtung* ||  
 und in der *Stelle* vorhan-|den seyn. Nähme man aber *Gleichheit* | in all diesen  
 25 vier Stücken an, dann hätte | man in der That nicht *zwey* – sondern | nur *Ein*  
 räumliches Ding vor sich. – || Es bleibt also in der *Geometrie* nicht we-|niger,  
 als in der *Chronologie*, dabey, daß | man hier schlechterdings nie völlig *gleiche*, [16]v  
 sondern nur immer *ähnliche* Objecte | vor sich habe; woraus sich ermessen läßt, |  
 von welchem einem ausgebreiteten Gebrauche | der vorstehende Lehrsatz in die-  
 5 sen || Wissenschaften sey. – Wienach die Be-|gründung der *Lehre von den Paral-*  
*le-|len*, d.h. ein Beweis des *elften* Grund-|satzes bey Euklides nur eine *leichte* |  
 10 *Folgerung* aus diesem Lehrsatz sey, || habe ich bereits in den *Betrachtungen* |  
 über *einige Gegenstände der Elementar-|geometrie*<sup>43</sup> gezeigt. Nebst dem, was  
 man | in dieser Abhandlung §. 24. S. 15f. er-|innert findet, sey hier noch folgen-  
 15 des || zur *mehreren Erregung der* | *Aufmerksamkeit für unsern Lehrsatz* | ange-  
 fügt. In allen bisheri-|gen Lehrbüchern der Geometrie wird | ohne den minde-  
 20 sten Beweis vor-|ausgesetzt, daß sich aus jedem gege-|benen Punkte *a* eine  
 Linie ziehen | oder eine Figur verzeichnen lasse, | die einer gegebenen aus einem  
 25 andern | Punkte *a* verzeichneten – *geometrisch* || *gleich* (d.h. gleich und ähnlich)  
 sey. Wä-|ren die Punkte *a* und *a* einander *voll-|kommen gleich*; so ließe sich [17]r  
 dieses | aus dem Grundsatz: »*Gleiche Gründe* | *geben gleiche Folgen*« (§. [5])  
 5 schließen; | und wäre sodann nichts zu erinnern. || Allein, da es nur eine *will-*  
*kührliche* | *Rodensart* ist, nach welcher man die | Punkte *a* und *a* *gleich* nennt,  
 10 da sie | im Grunde nur *ähnlich* heißen kön-|nen, und *gewisse Verschiedenheiten* ||  
 allerdings noch unter beyden obwalten: so | darf man sich hier auf jenen Grund-|  
 15 satz keineswegs berufen; sondern diese | Annahme kann lediglich nur aus un-|  
 serm gegenwärtigen *Lehrsatz* von der || *Aehnlichkeit* gerechtfertiget werden. |  
 Hiezu muß man aber vorher bemer-|ket haben (<den Grundsatz:>) »*daß jeder*  
 20 *Punct dem an-|dern ähnlich sey*, d.h. für sich betrachtet | vollkommen einerley  
 Merkmahe || darbiete.« Muß man sich also zur An-|nahme jenes Lehrsatzes,  
 und des so eben | nur ausgesprochenen Grundsatzes ein-|mahl für allemahl  
 25 bequemen, um nur | die ersten Lehrsätze in der Geometrie || rechtfertigen zu  
 können: warum wollte | man nicht noch Einen Schritt weiter || thun, und auch [17]v  
 den Grundsatz anneh-|men: *daß alle Entfernungen ein-|ander ähnlich sind*; mit  
 5 dessen An-|nahme die Lehre von den Parallelen || begründet ist? – Ich habe um  
 Verge-|bung für die Länge dieser Anm[er]k[un]g zu bitten. |

<sup>43</sup> Bolzano(1).



§. 25. |

*Erklärung.* Ein Ding heißt *abhängig* | von einem Andern, wenn man das letzte-  
re sich als *gehörig zum Grunde* des er-|stern vorstellt, ohne doch zu bestimm- 10  
men, ob es den ganzen oder nur einen | Theil von seinem nächsten oder von |  
seinem entfernten Grunde ausmache. || Im Gegentheile heißt ein Ding *unab- 15*  
*hängig* von einem Andern, wenn die-|ses letztere weder der nächste, noch ein |  
entfernter Grund, wie auch kein | Theil des nächsten oder eines ent-|fernten 20  
Grundes von jenem erstern | ist. |

⟨*Ann. Abhängigkeit* | ist also ein *weiterer* | Begriff als der *des Ver-|hältnisses der*  
*Folge zu || ihrem Grunde.* Denn | *Abhängigkeit* hat die Fol-|ge nicht nur von 5  
ihren | ganzen Grunde, | sondern auch von je-|dem Theile ihres Grun-|des.⟩ 10

§. 26. |

*Zusatz.* Wenn A abhängig ist | von X, so sind auch die Folgen von A, d. i. B, C, || 25  
[18]r D, . . abhängig von X. Und im Ge-|gentheile, wenn A unabhängig ist || von X,  
so sind auch die Folgen von A, d. i. | B, C, D, . . . unabhängig von X. |

⟨§. 27. *Erklärung.* Ein | Ding A heißt *bestim[m]-|bar aus den n Dingen* | x, y,  
z, . . , wofern es irgend || ein *beständiges Gesetz* | gibt, nach welchem die Be- 5  
schaffenheit von A aus der | veränderlichen Beschaffen-|heit der n Dinge x, y,  
z . . || hergeleitet werden | kann. 10

*Ann. Bestim[m]-|barkeit* ist also ein *en-|gerer* Begriff als je-|ner der *Abhängig- 15*  
*keit*; || aber noch *im[m]*er ein *weite-|rer* als der *des Verhält-|nisses der Folge zum* 20  
*Grund.* | Der vollständige Grund | von A bestehet in der Be-||schaffenheit der  
Dinge | x, y, z, und des Gesetzes, | nach welchem A aus ihnen | hergeleitet  
werden soll. |

§. 28. *Zusatz.* Wenn M || *bestim[m]bar* ist aus A, B, . . . | und A *bestim[m]bar* 25  
ist aus | den n Dingen x, y, . . ; B aus | den m Dingen ξ, η, . . ; u. s. |w.: so ist M  
auch *bestim[m]-|bar* aus den | (n + m + . .) Dingen x, y, . . ξ, η, . . 30

§. 29. |

*Erklärung.* Man sagt, daß ein Ding || A von den n Dingen x, y, z, . . *nach* | 5  
*willkürlicher Ordnung abhängig<sup>b</sup> sey,* | wenn es irgend ein *gemeinschaftliches* |  
*Gesetz* gibt, nach welchem A aus x, y, z, . . | so hergeleitet wird, daß es gleich-

<sup>b</sup> Zuerst hat Bolzano »abhängig« durch »bestimmbar« ersetzt, dann dieses Wort ge-  
strichen und wieder »abhängig« hinzugefügt.