# 1.1 Grundgrößen und ihre Messung

Die grundlegenden Größen der Mechanik sind die *Länge*, gemessen in Meter, die *Zeit*, gemessen in Sekunden und die *Masse*, gemessen in Kilogramm. 1 m (Meter) ist die Länge des Urmeterprototyps, 1 kg (Kilogramm) die Masse des Urkilogramm-prototyps – beide werden in Paris aufbewahrt.

Flächeninhalt (gemessen in m²) und Volumen (gemessen in m³) sind von der Länge abgeleitete Größen. Die Ermittlung des Flächeninhalts erfolgt über bestimmte Rechenformeln (z. B. Dreiecksfläche =  $\frac{1}{2}$ ·Länge·Höhe) und Längenmessung, bei krummlinigen Objekten experimentell durch Auszählung von Quadraten auf Millimeterpapier (Abb. 1.1):

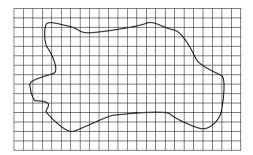


Abb. 1.1

Man zählt beispielsweise die am Rande liegenden Quadrate "halb" und die innen liegenden "ganz" und ermittelt so näherungsweise den Flächeninhalt.

Die Ermittlung von Volumina erfolgt über Längenmessung und Rechenformeln (z. B. Kugelvolumen =  $\frac{4\pi}{3}$ · Radius<sup>3</sup>) oder bei unregelmäßigen Körpern experimentell über Messgläser und Überlaufgefäße (Abb. 1.2):

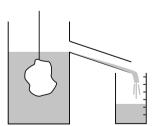


Abb. 1.2

Man misst das vom Stein beim Eintauchen verdrängte aufgefangene Wasservolumen.

### 1.2 Die Dichte

Misst man bei verschiedenen Körpern aus dem gleichen Material jeweils das Volumen V und die Masse m, so stellt man fest, dass sie zueinander proportional sind, geschrieben m  $\sim$  V. Dies äußert sich in dreierlei Weise:

1. Das Schaubild ist eine Ursprungsgerade im m/V-Achsenkreuz (Abb. 1.3).

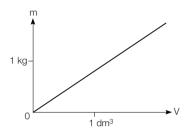


Abb. 1.3

- 2. Zum k-fachen Volumen gehört die k-fache Masse.
- 3. Der Quotient  $\frac{m}{V}$  ist eine Konstante.

Dieser Quotient heißt *Dichte*  $\rho=\frac{m}{V}$  und beschreibt das Material; die Einheit der Dichte ist  $[\rho]=1\frac{kg}{m^3}$  (üblicher sind  $1\frac{kg}{dm^3}=1\frac{g}{cm^3}$ ). Dichtewerte sind tabelliert.

**Aufgabe:** Welche Masse hat ein Eisenquader der Dichte  $\rho = 7,9 \frac{g}{cm^3}$ , der 20 cm lang, 15 cm breit und 10 cm hoch ist?

**Lösung:** V = 20 cm  $\cdot$  10 cm  $\cdot$  15 cm = 3000 cm³ = 3 dm³;  $\rho = \frac{m}{V}$ , also m =  $\rho \cdot V = 7, 9 \frac{kg}{dm³} \cdot 3 dm³ = 23,7 kg.$ 

## 1.3 Die Kraft

### 1.3.1 Wirkung einer Kraft

Eine Kraft (z.B. Muskelkraft, magnetische Kraft) erkennt man an ihrer Wirkung: sie verformt Körper (z.B. Dehnen einer Feder) oder verändert Bewegungen (sie beschleunigt oder bremst beispielsweise einen fahrenden Wagen oder ändert dessen Bewegungsrichtung).

## 1.3.2 Vektorgrößen

Kräfte sind *Vektorgrößen*; neben ihrer Größe, gemessen in N (Newton), ist auch ihre Richtung wichtig. Man veranschaulicht Kräfte durch Pfeile, deren Länge ein Maß für den Betrag, d.h. die Größe der Kraft ist und deren Richtung die Kraftrichtung angibt (Abb. 1.4 a).

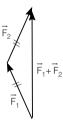
Die Kraft



#### Abb. 1.4a

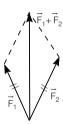
Kräfte werden wie Vektoren addiert (siehe Abb. 1.4):

1. Möglichkeit (Abb. 1.4b): Man hängt den zweiten Kraftpfeil an den ersten und erhält so die Gesamtkraft



#### Abb. 1.4b

2. Möglichkeit (Abb. 1.4c): Man setzt die Kraftpfeile am Ende aneinander und ergänzt zum Parallelogramm, dessen Diagonale die Gesamtkraft  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$  liefert.



#### Abb. 1.4c

Man erkennt, dass beide Konstruktionen zum gleichen Gesamtkraft-Pfeil  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$  führen; er ersetzt die beiden Einzelkräfte, deren Pfeile daher nach der Konstruktion durchgestrichen werden, und heißt Resultierende.

Umgekehrt kann man eine gegebene Kraft  $\vec{F}$  durch zwei andere Kräfte  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  ersetzen, die in andere Richtungen wirken – sie heißen Komponenten.

**Aufgabe:** Ein Stab BC ist mit einem Gelenk bei B an einer Mauer befestigt, das Seil AC hindert ihn am Abkippen. Ein angehängter Körper zieht bei C mit der Kraft  $\vec{F}$  nach unten. (Abb. 1.5) Mit welcher Kraft  $\vec{F}_1$  zieht das Seil bei A an der Mauer, mit welcher Kraft  $\vec{F}_2$  drückt der Stab bei B auf das Gelenk?

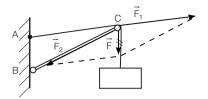


Abb. 1.5

**Lösung:** Man fasst " $\vec{F}_1$ " als Diagonale eines Parallelogramms auf, dessen Seiten " $\vec{F}_1$ " und " $\vec{F}_2$ " man ermitteln möchte – man kennt aber von  $\vec{F}_1$  nur die Richtung (die von AC), ebenso von  $\vec{F}_2$  (die von BC). Die gestrichelten Parallelen zu AC bzw. BC durch die Spitze von  $\vec{F}$  liefern die Pfeilspitzen von  $\vec{F}_1$  bzw.  $\vec{F}_2$ .

Die Längen von Kraftkomponenten bei der Kräftezerlegung bzw. Resultierenden bei der Kräfteaddition lassen sich auch rechnerisch ermitteln (Satz des Pythagoras, Trigonometrie!); ebenso die Winkel zwischen den Kräften. Ein wichtiges Beispiel ist die Zerlegung der Gewichtskraft  $\vec{G}$  eines Körpers an der schiefen Ebene (Abb. 1.6) in die Hangabtriebskraft  $\vec{F}_H$  (parallel zur Ebene) und die Normalkraft  $\vec{F}_N$  (senkrecht zur Ebene). Da der Neigungswinkel  $\alpha$  auch zwischen  $\vec{G}$  und  $\vec{F}_N$  auftaucht, gilt:

$$\frac{F_{N}}{G} = \cos\alpha, \text{ also: } \begin{bmatrix} F_{N} = G \cdot \cos\alpha \\ F_{H} = G \cdot \sin\alpha \end{bmatrix} \text{ (F1.1 a, b)}$$

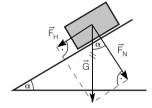


Abb. 1.6

## 1.3.3 Gewichtskraft

Die *Gewichtskraft*  $\vec{G}$  (Betrag G oder  $|\vec{G}|$ ) eines Körpers auf der Erde ist die Kraft, mit der ihn die Erde (nach unten) anzieht. An einem festen Ort ist G proportional zur Masse des Körpers:  $G \sim m$ .

Die Konstante  $\frac{G}{m}=g$  heißt *Ortsfaktor g.* Auf der Erde ist  $g\approx 9,81\frac{N}{kg}$  (am Pol  $9,83\frac{N}{kg}$ , am Äquator  $9,78\frac{N}{kg}$ ), auf dem Mond ist  $g\approx 1,67\frac{N}{kg}$ . Die Gewichtskraft eines Körpers ist also ortsabhängig, ein Kilogrammstück hat

Die Gewichtskraft eines Körpers ist also ortsabhängig, ein Kilogrammstück hat auf der Erde etwa die Gewichtskraft 9,81 N, auf dem Mond etwa 1,67 N; die Masse eines Körpers ist dagegen überall (auf der Erde, auf dem Mond, im Weltall) gleich.

Massen bestimmt man mit Balken- oder Tafelwaagen (man vergleicht sie mit der Masse der Stücke des Wägesatzes), Kräfte misst man mit geeichten Kraftmessern (d.h. über Federverlängerungen).

1 N (Newton) ist etwa die Gewichtskraft eines "102 q-Stückes" auf der Erde.

Die Kraft 5

**Aufgabe:** Welche Masse hat ein Körper, dessen Gewichtskraft auf dem Mond 20 N beträgt?

**Lösung:** 
$$\frac{G}{m}=g$$
, also  $m=\frac{G}{g}=\frac{20N}{1,67\frac{N}{k\alpha}}\approx\frac{20}{\frac{5}{3}}kg=12~kg$ 

### 1.3.4 Hooke'sches Gesetz

Untersucht man, um welche Strecke s eine gegebene Feder durch eine Kraft F verlängert wird, so stellt man fest, dass in einem gewissen Kraftbereich gilt:  $F \sim s$  (Abb. 1.7).

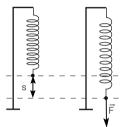


Abb. 1.7

Die Konstante D =  $\frac{F}{s}$  heißt Federkonstante – sie beschreibt die Härte der Feder und hat die Einheit  $[D]=1\frac{N}{cm}$ . Wird die Kraft zu groß, gilt die Proportionalität nicht mehr.

**Aufgabe:** Welche Länge hat eine Feder (unverlängert 20 cm) der Härte  $D=2\frac{N}{cm'}$  wenn an ihr 300 g hängen?

**Lösung:** F  $\approx$  3N, also Verlängerung s =  $\frac{F}{D}$  =  $\frac{3N}{\frac{2N}{cm}}$  = 1,5 cm; Federlänge also 21,5 cm.

# 1.3.5 Kraft und Gegenkraft

Eine Person A drückt mit der Kraft  $\vec{F}_1$  auf einen Baum B. Dann spürt auch A eine Kraft  $\vec{F}_2$  vom Baum auf sich. Sie ist betraglich gleich groß wie  $\vec{F}_1$ , wirkt aber in die Gegenrichtung; außerdem wirkt  $\vec{F}_1$  auf B,  $\vec{F}_2$  auf A (Abb. 1.8).

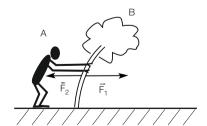


Abb. 1.8

### Allgemein gilt:

Wirkt ein Körper mit der *Kraft*  $\vec{F}_1$  (actio) auf einen anderen Körper, so wirkt von diesem eine *Gegenkraft*  $\vec{F}_2$  (reactio) auf den ersten Körper zurück. Kraft und Gegenkraft sind betraglich gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet und greifen an verschiedenen Körpern an.

**Beispiel:** Beim Start drückt der Sprinter mit einer Kraft auf den Startblock. Die Gegenkraft vom Startblock auf den Sprinter lässt diesen herausschnellen.

**Problem:** Ein Pferd soll einen Klotz ziehen. Es weigert sich und argumentiert: Wenn ich an dem Klotz ziehe, wirkt der Klotz mit einer gleich großen Gegenkraft – also kann ich den Klotz nicht von der Stelle bewegen!

**Lösung des Paradoxons:** Richtig ist, dass die Zugkraft  $\vec{F}_1$  des Pferdes auf den Klotz eine Gegenkraft  $\vec{F}_2$  vom gleichen Betrag hervorruft. Allerdings wirkt  $\vec{F}_2$  auf das Pferd! Man kann also nicht  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  in einen Topf werfen und sagen, sie heben sich auf – dies ginge nur, wenn  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  auf den gleichen Körper wirkten! Tatsächlich wirkt auf den Klotz nur  $\vec{F}_1$ , er kann wohl bewegt werden (Abb. 1.9).

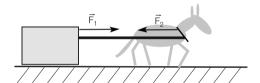


Abb. 1.9

# 1.4 Geschwindigkeit/Beschleunigung

### 1.4.1 Geradlinige gleichförmige Bewegung

Der einfachste Fall einer Bewegung ist der, bei dem ein Körper sich geradlinig bewegt und der zurückgelegte Weg proportional zur vergangenen Zeit ist: s  $\sim$  t Der Quotient aus Weg und Zeit ist eine Konstante, die die Bewegung beschreibt, die *Geschwindigkeit* v des Körpers:

$$\frac{s}{t} = const = v$$
 bzw. Geschwindigkeit  $= \frac{Weg}{Zeit}$ 

Eine solche Bewegung heißt geradlinige gleichförmige Bewegung (Spezialfall: v = 0 heißt Körper in Ruhe).

**Beispiel:** Ein Spielzeugauto hat nach 10 s den Weg 4 m, nach 20 s den Weg 8 m,... zurückgelegt.

Im Weg-Zeit-Diagramm liegen die Messpunkte auf einer Ursprungsgerade (Abb. 1.10 a), deren Steigung gerade die Geschwindigkeit ist:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{16m}{40s} = \frac{4m}{10s} = \frac{2m}{5s}$$

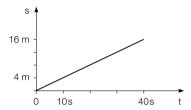


Abb. 1.10a

Das Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm (Abb. 1.10 b) zeigt eine Gerade parallel zur Zeit-Achse, da ja v = const ist.

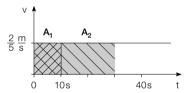


Abb. 1.10b

Wir betrachten die Fläche unter der "Kurve" in Abbildung 1.10b

bis t = 10 s: 
$$A_1 = 10s \cdot \frac{2m}{5s} = 4 \text{ m} = \text{zurückgelegter Weg von 0 bis 10 s}$$

bis t = 30 s: 
$$A_2 = 30s \cdot \frac{2m}{5s} = 12 \text{ m} = \text{zurückgelegter Weg von 0 bis 30 s}$$

Allgemein: Fläche unter der Kurve = zurückgelegter Weg bzw.  $v \cdot t = s$ 

## 1.4.2 Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

Der nächste Fall sei der einer geradlinigen Bewegung eines Körpers aus der Ruhe, bei der die Geschwindigkeit nicht konstant ist, sondern gleichmäßig, d.h. proportional zur Zeit anwächst:

$$v \sim t \text{ oder } \boxed{\frac{v}{t} = const = a} \text{ oder } v = a \cdot t \text{ (F1.2)}$$

Eine solche Bewegung heißt *gleichmäßig beschleunigte Bewegung*; die Größe a ist die *Beschleunigung* des Körpers – sie gibt die Geschwindigkeitszunahme je Zeit an.

**Beispiel:** Ein Körper hat nach 10 s die Geschwindigkeit 2  $\frac{m}{s}$ , nach 20 s habe er 4  $\frac{m}{s}$ , nach 40 s habe er 8  $\frac{m}{s}$  usw.

Hier ware 
$$a = \frac{v}{t} = \frac{8 \frac{m}{s}}{40s} = \frac{2 \frac{m}{s}}{10s} = \frac{1m}{5s^2}$$
.

Um herauszufinden, welchen *Weg* s der Körper nach jeweils der *Zeit* t zurückgelegt hat, ist ein Blick auf das v-t-Diagramm hilfreich, das jetzt eine Ursprungsgerade darstellt (Abb. 1.11).

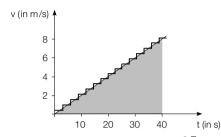


Abb. 1.11

Ihre Steigung ist jetzt die Beschleunigung: 
$$\frac{v}{t} = a = \frac{8 \frac{m}{s}}{40s} = \frac{1m}{5s^2}$$

Wir nehmen an, dass der zurückgelegte Weg wieder die Fläche unter der Geraden ist (diese Annahme ist gerechtfertigt, denn der exakte Geschwindigkeitsverlauf lässt sich beliebig genau durch eine "Treppenkurve" mit stückweise konstanter Geschwindigkeit annähern).

So ergibt sich: 
$$s(t = 40 s) = \frac{1}{2} \cdot 40s \cdot 8 \frac{m}{s} = 160 m$$
 (Dreiecksfläche)  

$$s(t = 20 s) = \frac{1}{2} \cdot 20s \cdot 4 \frac{m}{s} = 40 m \text{ usw.}$$

Allgemein: 
$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot t \cdot v(t) = \frac{1}{2} \cdot t \cdot (a \cdot t) = \frac{1}{2} at^2$$

Der Weg wächst also proportional zum Quadrat der Zeit:

$$s \sim t^2 \text{ oder } \frac{s}{t^2} = \text{const} = \frac{1}{2} \text{a oder } s = \frac{1}{2} \text{at}^2$$
 (F1.3) Hier:  $\frac{s}{t^2} = \frac{1 \text{m}}{10 \text{s}^2}$ 

Das Weg-Zeit-Diagramm ist demnach eine Parabel!

**Aufgabe:** Ein Auto fährt gleichmäßig beschleunigt mit  $a=4\frac{m}{s^2}$  an. Welchen Weg hat es nach 2 s zurückgelegt? Welchen Weg legt es zwischen der 2. und 3. Sekunde zurück? Welche Geschwindigkeit hat es nach 2,5 s?

**Lösung:** Weg nach 2 s:  $s(2s) = \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{m}{s^2} \cdot (2s)^2 = 8$  m; Weg zwischen 2. und 3. Sekunde:

$$s(3s) - s(2s) = \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{m}{s^2} \cdot (3s)^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{m}{s^2} \cdot (2s)^2 = 18 \ m - 8 \ m = 10 \ m;$$

Geschwindigkeit nach 2,5 s:  $v(2,5s) = 4\frac{m}{s^2} \cdot 2,5s = 10\frac{m}{s}$ 

Beachte: Bei der gleichmäßig beschleunigten Bewegung gilt *nicht*  $\frac{s}{t} = v!$ 

$$\left(\frac{s}{t} = \frac{\frac{1}{2}at^2}{t} = \frac{1}{2}at = \frac{1}{2}v\right)$$

108 Wärmelehre

# 2 Wärmelehre

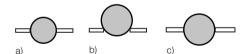
# 2.1 Die Temperatur und ihre Messung

Körper fühlen sich "kalt" oder "heiß" an. Dabei können zwei Menschen den gleichen Wärmezustand eines Körpers, d.h. seine Temperatur, als verschieden empfinden. Auch der einzelne Mensch empfindet mitunter die gleiche Temperatur als verschieden, wie folgender Versuch zeigt: Auf einem Tisch stehen drei Behälter mit heißem bzw. kaltem bzw. lauwarmem Wasser. Taucht man mit der linken Hand zuerst ins heiße, dann ins lauwarme Wasser, wird man sagen, das Wasser sei kalt; taucht man dann mit der rechten Hand zuerst ins kalte und dann ins lauwarme Wasser, wird man dieses als warm bezeichnen. Zur Messung der Temperatur braucht man also ein objektives Hilfsmittel, das Thermometer.

Bei der Herstellung eines Thermometers nutzt man das Ausdehnungsverhalten von Körpern beim Erwärmen aus.

Dazu seien zunächst drei einfache Standardversuche beschrieben!

Beim ersten Versuch wird eine Eisenkugel, die genau durch das Loch einer Eisenplatte passt, mit einem Brenner erwärmt. Zunächst passt die kalte Kugel durch das Loch (Abb. 2.1 a). Nach dem Erhitzen der Kugel passt diese nicht mehr durch das Loch (Abb. 2.1 b) – sie hat sich ausgedehnt. Schließlich wird auch die Platte mit dem Loch erhitzt, worauf die heiße Kugel wieder hindurch passt – offenbar ist der Durchmesser des Lochs beim Erhitzen größer geworden (Abb. 2.1 c). Abbildung 2.1 ist nicht maßstabsgetreu – die Ausdehnung von Kugel und Ring kann man mit bloßem Auge nicht erkennen!

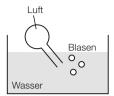


#### Abb. 2.1

Beim zweiten Versuch wird ein Glaskolben mit gefärbtem Wasser gefüllt und oben mit einem Korkpropf verschlossen, in dem ein dünnes Glasrohr steckt, das in die Flüssigkeit ragt. Stellt man diese Anordnung in ein Bad mit heißem Wasser, so steigt das gefärbte Wasser im Röhrchen hoch – es dehnt sich aus.

Beim dritten Versuch wird (siehe Abb. 2.2) ein luftgefüllter Glaskolben mit der Öffnung nach unten in ein Wasserbecken getaucht und der Kolben mit der Hand gehalten. Man sieht wie die Luft im Kolben sich ausdehnt – nach kurzer Zeit steigen Luftblasen im Wasser auf. Offenbar genügt bereits die Handwärme, damit sich die Luft deutlich ausdehnt.

Feste, flüssige und gasförmige Körper dehnen sich beim Erwärmen aus (auch die Durchmesser von Öffnungen werden dabei größer) und ziehen sich beim Abkühlen wieder zusammen. Dabei dehnen sich Flüssigkeiten stärker aus als feste Körper und Gase dehnen sich am stärksten aus.

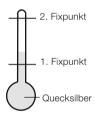


#### Abb. 2.2

### Folgerungen:

- Platzen von Autoreifen bei starker Sonneneinstrahlung, da sich die Luft im Reifen erhitzt und ausdehnen will.
- 2) Dehnfugen sollen bei Schienen und Brücken ermöglichen, dass sie sich im Sommer problemlos verlängern und im Winter zusammenziehen können.

Beim Flüssigkeitsthermometer (Abb. 2.3) hat man ein dünnes Glasrohr mit einem Vorratsbehälter für die Flüssigkeit (z. B. Quecksilber). Man wählt jetzt zwei Temperaturfixpunkte aus und markiert den Stand der Quecksilbersäule bei diesen – üblicherweise nimmt man den Gefrierpunkt des Wassers als unteren und den Siedepunkt des Wassers als oberen Fixpunkt.



#### Abb. 2.3

Bei der *Celsiusskala* wird der untere Punkt mit 0 °C und der obere mit 100 °C bezeichnet und die Strecke zwischen beiden in 100 gleiche Teile unterteilt. Steigt die Quecksilbersäule um ein "solches Teil", so ist die Temperatur um 1 °C gestiegen.

#### Beachte:

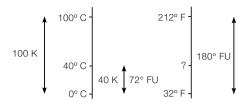
- 1. Die Temperatur wird in °C (Grad Celsius) angegeben, der *Temperaturunterschied aber in K (Kelvin)*; der Buchstabe für die Temperatur ist  $\vartheta$ . Sei beispielsweise die Temperatur am Morgen  $\vartheta_1=10$  °C, am Nachmittag  $\vartheta_2=25$  °C, so ist der Temperaturunterschied  $\Delta\vartheta=15$  K
- In den USA ist anstelle der Celsiusskala die Fahrenheitskala gebräuchlich, bei der der Gefrierpunkt des Wassers bei 32 °F und der Siedepunkt des Wassers bei 212 °F liegt.

Aufgaben: 1) Wie viel °F sind 40 °C? 2) Wie viel °C sind 86 °F?

#### Lösung:

Zu 1) Der Unterschied zum Gefrierpunkt des Wassers sind auf der Celsiusskala 40 K (Abb. 2.4).

Wärmelehre 110



### Abb. 2.4

100 K Unterschied auf der Celsiusskala entsprechen 180 °FU (U für Unterschied) auf der Fahrenheitskala.

40 K entsprechen also 
$$\frac{40}{100} \cdot$$
 180 °FU = 72 °FU

Der Unterschied der gesuchten Temperaturmarke zum Gefrierpunkt beträgt also 72 °FU auf der Fahrenheitskala. Da der Gefrierpunkt dort bei 32 °F liegt, ist die qesuchte Temperatur (32 + 72) °F = 104 °F

Zu 2) Unterschied zum Gefrierpunkt des Wassers auf der Fahrenheitskala: (86 - 32) °FU = 54 °FU

100 K 
$$\stackrel{\triangle}{=}$$
 180 °FU, also 1 °FU  $\stackrel{\triangle}{=}$   $\frac{100}{180}$  K, also 54 °FU  $\stackrel{\triangle}{=}$   $\frac{54 \cdot 100}{180}$  K = 30 K

Die gesuchte Temperaturmarke liegt also 30 K über dem Gefrierpunkt des Wassers auf der Celsiusskala, sie liegt also bei 30 °C

#### Längenausdehnung fester Körper beim 2.2 Erwärmen

Die Verlängerung  $\Delta l$  eines Stabes ist proportional zur Temperaturerhöhung  $\Delta \vartheta$ , sie ist auch proportional zur ursprünglichen Länge I des Stabes und hängt schließlich vom Material ab, aus dem der Stab besteht.

Die Proportionalität  $\Delta l \sim \Delta \vartheta$  kann man experimentell nachmessen, sie ist aber auch unmittelbar einsichtig.

Beispiel: Ein Stab verlängert sich um 2 mm, wenn man ihn von 10 °C auf 50 °C erhitzt. Um wie viel verlängert er sich bei Erwärmung von 10 °C auf 40 °C?

### Lösung:

Temperaturunterschied 40 K entspricht Verlängerung um 2 mm

Temperaturunterschied 1 K entspricht Verlängerung um  $\frac{2}{40}$  mm Temperaturunterschied 30 K entspricht *Verlängerung* um 30  $\cdot \frac{2}{40}$  mm = 1,5 mm

Die Proportionalität  $\Delta l \sim l$  kann man sich so klar machen: Angenommen ein Stab der Länge 1 m verlängere sich bei Erwärmung um  $\Delta l$ . Wird jetzt ein 2 m langer Stab aus dem gleichen Material gleichermaßen (gleiches  $\Delta \vartheta$ ) erwärmt, so kann man diesen gedanklich in zwei Stücke von jeweils 1 m Länge zerlegen, die sich jeweils um  $\Delta l$ verlängern – der ganze Stab hat sich dann um 2  $\Delta$ l, d.h. das Doppelte verlängert.

Die Abhängigkeit der Verlängerung  $\Delta l$  vom Material kann man demonstrieren, indem man einen *Bimetallstreifen* erhitzt, bei dem zwei verschiedene Metalle aufeinander gelötet sind. Abbildung 2.5 zeigt, dass sich der Streifen beim Erhitzen biegt, weil ein Metall (hier Metall 1) sich stärker beim Erhitzen ausdehnt als das andere



Abb. 2.5

Bemerkung: Damit lässt sich ein Bimetallthermometer herstellen.

Für Ausdehnungsberechnungen muss man tabellieren, um wie viel sich verschiedene Feststoffe bei 1 m Länge und Erwärmung um 100 K ausdehnen (z. B. Eisen um 1,2 mm, Kupfer um 1,7 mm).

**Aufgabe:** Um wie viel ist der Eiffelturm (Eisen, Höhe etwa 300 m) an einem Sommertag bei 30 °C höher als im Winter bei – 20 °C?

**Lösung:**  $\Delta \vartheta=$  50 K; bei 1 m Höhe und 100 K wäre die Verlängerung 1,2 mm; bei 300 m Höhe und 50 K beträgt sie 1,2 mm  $\cdot$  300  $\cdot \frac{1}{2}=$  180 mm = 18 cm

### 2.3 Die Volumenausdehnung von Flüssigkeiten/ Anomalie des Wassers

Führt man den in 2.1 beschriebenen zweiten Versuch mit Wasser und im Vergleich dazu mit Alkohol aus, so stellt man fest, dass sich Alkohol stärker ausdehnt als Wasser.

Die Volumenausdehnung bei Flüssigkeiten hängt von der Art der Flüssigkeit ab.

### 2.3.1 Anomalie des Wassers

Kühlt man Wasser ab, so zieht es sich zunächst erwartungsgemäß zusammen.

- "1. Überraschung": Kühlt man von 4 °C weiter bis 0 °C ab, so dehnt sich das Wasser wieder aus.
- **"2. Überraschung":** Gefriert das Wasser bei 0 °C, so dehnt es sich plötzlich um 10% seines Volumens aus, d.h. der Feststoff Eis hat eine geringere Dichte als die zugehörige Flüssigkeit.

112 Wärmelehre

Beide überraschenden Eigenschaften unterscheiden das Wasser von anderen Flüssigkeiten und werden zusammen als Anomalie des Wassers bezeichnet.

### Bemerkungen:

- 1. Die Dichte von Wasser ist offenbar bei 4 °C am größten; Eis schwimmt auf Wasser nur etwa  $\frac{1}{10}$  eines Eisbrockens ragt über die Oberfläche (vergleiche 1.20, Aufgabe 2).
- 2. Die "2. Überraschung" kann man experimentell bestätigen, indem man in ein Reagenzglas eine 10 cm lange "Wassersäule" gibt und dieses in eine Kältemischung (halbflüssig aus Eis und Kochsalz) von etwa 15 °C stellt; das Wasser gefriert und die Eissäule ist dann etwa 11 cm lang!
- 3. Folgeerscheinungen der Ausdehnung von Wasser beim Gefrieren sind Frostaufbrüche bei Straßen, platzende Wasserleitungen im Winter und Verwitterung durch Spaltenfrost (Wasser dringt in Gesteinsrisse und "sprengt" das Gestein beim Gefrieren).

# 2.4 Die Volumenausdehnung der Gase/Kelvinskala

Man denke sich folgenden Versuch durchgeführt: Eine bestimmte Luftmenge ist in einem engen Glasrohr durch einen verschiebbaren Quecksilberpfropfen eingeschlossen. Erwärmt man die Luft, so dehnt sie sich aus und verschiebt den Quecksilberpfropfen entsprechend – aus dessen Lage kann man also das jeweilige Luftvolumen bei einer bestimmten Temperatur ermitteln. Trägt man dieses über der Temperatur auf, so erhält man das Schaubild von Abbildung 2.6. Offenbar liegt eine Gerade vor, das heißt ein Zusammenhang der Art

$$V(\vartheta) = V_0 + m \cdot \vartheta$$
 (F2.1),

wobei  $V_0$  das Volumen bei 0 °C ist. Bei einer genauen Messung stellt man fest, dass das Volumen bei 100 °C etwa 1,366-mal so groß wie  $V_0$  ist, d.h. die Volumenzunahme beträgt 0,366 ·  $V_0$  bei Erwärmung um 100 K und 0,00366 ·  $V_0 \approx \frac{1}{273}$   $V_0$  bei Erwärmung um 1 K. Dies gilt nicht nur für Luft, sondern für jedes Gas! Man beachte, dass bei dem Versuch der Gasdruck immer konstant ist und dem äußeren Luftdruck entspricht.

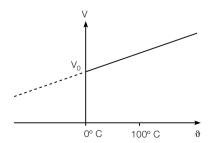


Abb. 2.6

152 Optik

# 4 Optik

# 4.1 Grundbegriffe

### 4.1.1 Punktförmige Lichtquelle, Lichtstrahl

Selbstleuchtende Körper, z. B. Glühbirnen, Kerzen, die Sonne, heißen *Lichtquellen* im Unterschied zu beschienenen Körpern (z. B. der Mond), die "ihr Licht" von einer Lichtquelle erhalten. Licht ist eine Form von Energie – in Sonnenkollektoren und Solarzellen lässt sie sich in elektrische Energie umwandeln. Das Licht breitet sich von der Lichtquelle *nach allen Seiten geradlinig* aus. Ein von einer Lichtquelle beleuchteter Körper wird gesehen, wenn das Licht von ihm ins Auge gelangt; *das Licht selbst kann man nicht sehen*, wie folgender Versuch verdeutlicht. Strahlt man im Dunkeln mit einer Taschenlampe eine Wand an, so sieht man nur den hellen Fleck an der Wand, dagegen nichts zwischen Lampe und Wand. Schüttelt man dagegen Staub zwischen Lampe und Wand, so meint man, den Lichtkegel der Lampe zu sehen! In Wirklichkeit sieht man nur die vielen hell erleuchteten Staubkörnchen, die als beschienene Körper das Licht ins Auge umleiten. Körper lassen das Licht unterschiedlich stark durch sich hindurchgehen – es gibt durchsichtige Stoffe (z. B. Glas), durchscheinende Stoffe (z. B. Mattglas, dünnes Papier) und undurchsichtige.

Das Licht breitet sich mit der Geschwindigkeit v  $\approx 300\,000\,\frac{km}{s}$  im Vakuum aus, d. h. von der 150 Millionen km entfernten Sonne zu uns braucht das Licht die Zeit  $t = \frac{s}{v} = \frac{1,5 \cdot 10^8 \text{ km}}{3 \cdot 10^5 \text{ km/s}} = 500 \text{ s} = 8\frac{1}{3} \text{ min.}$ 

Ein *Lichtjahr* ist die *Entfernung*, die das Licht in 1 Jahr zurücklegt – etwa 9,5 Billionen Kilometer.

Zur Beschreibung optischer Phänomene eignet sich das Modell der *punktförmigen Lichtquelle*, von der nach allen Seiten *Lichtstrahlen* ausgehen. Streng genommen gibt es nur flächenhafte Lichtquellen und auch nur schmale Licht*bündel* – die Modellbegriffe sind als idealisierte Grenzfälle zu sehen!

Lichtstrahlen können sich gegenseitig durchdringen, ohne sich zu stören (das Licht einer Taschenlampe quer zur dem einer anderen beeinflusst deren Licht nicht!)

## 4.1.2 Das optische Bild

Eine Lampe mit einem leuchtenden Gegenstand, z.B. F, steht vor einer Blende mit einem Loch. Dann lässt sich auf einem Schirm hinter der Blende ein Bild des Gegenstands auffangen (Abb. 4.1).

Dieses ist seitenverkehrt, es steht auf dem Kopf und ist umso größer, aber auch umso lichtschwächer, je weiter der Schirm von der Blende weg ist. Es wird heller, aber unschärfer, wenn man das Loch der Blende vergrößert und ist nur da, wenn man es mit dem Schirm auffängt.

Grundbegriffe 153

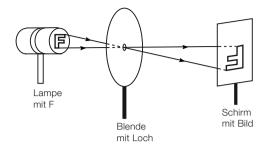


Abb. 4.1

Alle Eigenschaften lassen sich leicht erklären, wenn man annimmt (Abb. 4.1), dass von jedem Punkt des Gegenstands ein schmales Lichtbündel durch das Blendenloch geht und auf dem Schirm einen Lichtpunkt (Bildpunkt) erzeugt. Bei größerer Entfernung des Schirms muss eine größere Fläche ausgeleuchtet werden, d. h. das Bild wird lichtschwächer; vergrößert man das Blendenloch, so kommt mehr Licht hindurch (heller!), aber auf dem Schirm entstehen statt Lichtpunkten "Lichtscheibchen", die sich gegenseitig überlappen – das Bild wird unscharf!

**Anwendung:** Lochkamera – Man kann mit einer Pappschachtel mit Loch fotografieren, muss aber wegen der Lichtschwäche ewig lang belichten, um bei kleinem Loch (sonst unscharfes Bild) ein brauchbares Resultat zu bekommen!

Im Folgenden sei G die Gegenstandsgröße, B die Größe des Bildes, g die Entfernung des Gegenstands von der Blende (Gegenstandsweite) und b die des Bildes von der Blende (Bildweite).

In Abbildung 4.2 ist als Gegenstand ein leuchtender Pfeil mit der Pfeilspitze P gewählt – ihr Bildpunkt ist P', der Punkt M kennzeichnet das Blendenloch.

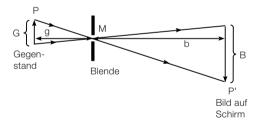


Abb. 4.2

Über den 1. und 2. Strahlensatz der Mathematik erhält man:  $\frac{B}{G} = \frac{\overline{P'M}}{\overline{PM}} = \frac{b}{\alpha'}$ , also

$$\frac{b}{g} = \frac{B}{G} = A \quad (F4.1)$$

Hierbei ist  $A = \frac{B}{G}$  der Abbildungsmaßstab, der angibt, ob das Bild eine Vergrößerung darstellt (B > G bzw. A > 1), eine Verkleinerung (A < 1) oder eine größentreue Abbildung.

154 Optik

**Aufgabe:** Ein 12 cm großer Gegenstand stehe in 20 cm Entfernung von der Blende und soll in dreifacher Vergrößerung abgebildet werden. Wo muss der Schirm stehen, wie groß muss er mindestens sein?

**Lösung:** Mit G = 12 cm, g = 20 cm und A = 3 folgt  $\frac{B}{12 \text{ cm}} = \frac{b}{20 \text{ cm}} = 3$ , also B = 36 cm und b = 60 cm.

Das Bild wird 36 cm groß und der Schirm muss 60 cm hinter der Blende stehen!

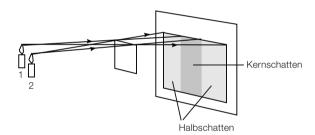
### 4.2 Schatten

Abb. 4.3

### 4.2.1 Kernschatten und Halbschatten

Beleuchtet man mit einer punktförmigen Lichtquelle (z.B. Kerze) einen Gegenstand, so entsteht ein scharfer dunkler *Schlagschatten* – der Bereich, in den das Licht nicht gelangt.

Nimmt man zwei punktförmige Lichtquellen (Abb. 4.3), so hat jede ihren Schattenbereich. Dort, wo sich beide Bereiche überdecken, kommt kein Licht an (dunkler Kernschattenbereich); dort, wo nur eine Quelle Schatten wirft, das Licht der anderen aber ankommt, ist ein halbheller Bereich (Halbschatten).



Nimmt man viele punktförmige Lichtquellen, so verschwinden die harten Kanten der Schattenbereiche immer mehr; nimmt man eine ausgedehnte Lichtquelle (matte Glühbirne oder Neonröhre), so geht der Kernschatten stufenlos weich in das schattenfreie Gebiet über. Auch indirekte Beleuchtung, bei der das Licht erst reflektiert wird, verhindert scharfe Schatten. Schatten lassen nicht nur Körper räumlich plastisch erscheinen, sondern sind auch für die Mondphasen, Mond- und Sonnenfinsternisse verantwortlich.

### 4.2.2 Die Entstehung der Mondphasen

Der Mond umkreist hier – von oben gesehen – die Erde im Gegenuhrzeigersinn (Abb. 4.4). Beide Himmelskörper erhalten von links nahezu paralleles Sonnenlicht – ihre beschienene Seite ist jeweils schwarz gezeichnet.

Der Beobachter auf der Erde schaut jeweils in Pfeilrichtung auf den Mond und sieht diesen – je nach Stellung – unterschiedlich ausgeleuchtet.

Schatten 155

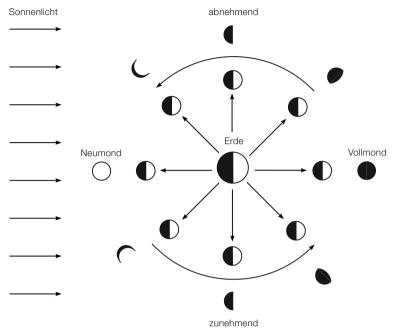
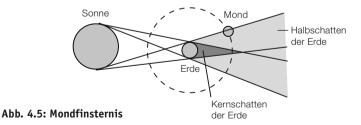


Abb. 4.4: Mondphasen

## 4.2.3 Mond- und Sonnenfinsternisse

Hier ist es wichtig, dass die Lichtstrahlen der Sonne zwar nahezu, aber nicht exakt parallel sind. Daher besitzt die Erde sowohl einen Halb- wie auch einen Kernschattenbereich im Weltraum. Tritt nun (Abb. 4.5, nicht maßstabsgerecht) der Mond in den Halb- bzw. Kernschattenbereich der Erde ein, so sieht man (von jedem Punkt der Nachthalbkugel aus gleich) Mondteile oder den ganzen Mond dunkler oder überhaupt nicht – man spricht von einer partiellen oder totalen Mondfinsternis.



Fällt dagegen der Kern- bzw. Halbschatten des Mondes auf die Erde, so tritt in dem jeweiligen Gebiet der Erde eine totale bzw. partielle Sonnenfinsternis (Abb. 4.6) auf. Bei der totalen Sonnenfinsternis wird die Sonne überhaupt nicht gesehen, bei

156 0ptik

der partiellen sind Teile der Sonne (z.B. der Bereich um Punkt P) komplett verschwunden.

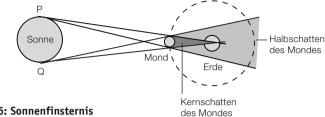


Abb. 4.6: Sonnenfinsternis

Damit ist klar, dass eine Mondfinsternis nur in der Vollmondphase auftreten kann, wenn die Erde zwischen Sonne und Mond steht, eine Sonnenfinsternis nur bei

Dass nicht bei jeder Vollmondphase eine Mond- bzw. bei jeder Neumondphase eine Sonnenfinsternis auftritt, sondern die Finsternisse viel seltener sind, liegt daran, dass die Ebene, in der die Erde die Sonne umkreist und die Ebene, in der der Mond die Erde umkreist, nicht übereinstimmen, sondern gegeneinander geneigt sind.

#### 4.3 Die Reflexion des Lichtes

#### 4.3.1 Reflexionsgesetz

Stellt man eine Kerze vor einen Spiegel oder eine Glasplatte, so erkennt der Beobachter vor der Glasplatte hinter der Platte ein Spiegelbild der Kerze. Im Gegensatz zum optischen Bild aus Kap. 4.1.2 (siehe Lochkamera) ist dieses Bild nicht umgekehrt und seitenverkehrt, genauso groß und gleich weit von der Glasplatte weg wie das Original (man erhält es mathematisch durch Spiegeln des Originals an der Platte) und es ist auch ohne Schirm da.

Um diese Erscheinung zu erklären, gilt es zu überlegen, was mit den Lichtstrahlen passiert, wenn sie auf die Glasplatte treffen. Sie werden dort beim Übergang zwischen zwei verschiedenen optischen Medien (hier Luft/Glas) reflektiert und zwar nach dem Reflexionsgesetz (Abb. 4.7):

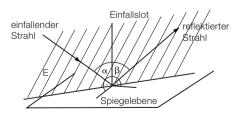


Abb. 4.7

Die Reflexion des Lichtes 157

1) Einfallender Strahl, Einfallslot (Senkrechte auf Spiegelebene am Einfallspunkt) und reflektierter Strahl liegen in einer Ebene E.

2) Einfallswinkel  $\alpha$  und Reflexionswinkel  $\beta$  (beide gemessen zwischen Strahl und Lot!) sind gleich:  $\alpha=\beta$ 

### Bemerkungen:

- 1. Ein entsprechendes Gesetz gilt auch für Schall, die Reflexion elastischer Bälle an einer Wand und Wasserwellen (vergleiche entsprechende Kapitel z. B. 1.28.1).
- 2. Lässt man das Licht von einer Lampe aus der Richtung des reflektierten Strahls einfallen, so nimmt es den gleichen Weg in umgekehrter Richtung der Lichtweg ist beim ebenen Spiegel umkehrbar!
- 3. Dreht man den Spiegel um den Winkel  $\alpha$ , so dreht sich der reflektierte Strahl um 2  $\alpha$  (Erstens hat sich das Einfallslot um  $\alpha$  mitgedreht, zweitens ist der Einfallsund damit auch der Reflexionswinkel gegenüber diesem Lot um  $\alpha$  größer geworden.)

### 4.3.2 Das Spiegelbild

Mithilfe des Reflexionsgesetzes gelingt nun die Erklärung des Spiegelbildes. In Abb. 4.8 sieht man von der Ebene der Glasplatte aus diese als Gerade. Die punktförmige Lichtquelle L rechts von der Platte sendet nun in alle Richtungen Strahlen aus, die an verschiedenen Punkten P, Q, R auf den Spiegel treffen und dort nach dem Reflexionsgesetz unter den Winkeln  $\alpha, \beta, \gamma$  usw. reflektiert werden. Die reflektierten Strahlen gelangen ins Auge. Dieses wird getäuscht – es sucht die Lichtquelle in der rückwärtigen Verlängerung der eintreffenden Strahlen und findet sie in deren gemeinsamem Schnittpunkt B links vom Spiegel.

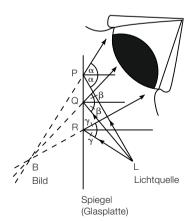


Abb. 4.8

Man überlegt sich geometrisch leicht, dass die gestrichelten rückwärtigen Verlängerungen sich tatsächlich alle in einem Punkt schneiden, den man geometrisch durch Spiegeln von L an der Glasplatte erhält.