Theoretische Physik

Band 11

Walter Greiner

Joachim Maruhn

Kernmodelle

Verlag Harri Deutsch

Theoretische Physik
Band 11
Walter Greiner/Joachim Maruhn
Kernmodelle

Walter Greiner

Theoretische Physik

Band 1: Mechanik, Teil 1
Band 2: Mechanik, Teil 2
Band 3: Elektrodynamik
Band 4: Quantenmechanik, Teil 1: Einführung
Band 5: Quantenmechanik, Teil 2: Symmetrien
Band 6: Relativistische Quantenmechanik, Wellengleichungen
Band 7: Quantenelektrodynamik
Band 8: Eichtheorie der schwachen Wechselwirkung
Band 9: Thermodynamik und Statistische Mechanik
Band 10: Quantenchromodynamik
Band 11: Kernmodelle

Ergänzungsbände

Band 2A: Hydrodynamik
Band 3A: Spezielle Relativitätstheorie
Band 4A: Quantentheorie, Spezielle Kapitel
Band 7A: Feldquantisierung

In Vorbereitung:

Physik der Elementarteilchen, Theoretische Grundlagen
Modelle der Elementarteilchen
Quantenstatistik
Allgemeine Relativitätstheorie und Gravitation

Theoretische Physik

Band 11

Walter Greiner
Joachim Maruhn

Kern-modelle

Ein Lehr- und Übungsbuch

Mit zahlreichen Abbildungen, Beispielen und Aufgaben mit ausführlichen Lösungen

Verlag Harri Deutsch

Professor Dr. rer. nat Dr. h. c. mult. Walter Greiner ist Direktor des Instituts für Theoretische Physik der Universität Frankfurt am Main.

Professor Dr. phil. nat. Joachim A. Maruhn ist Professor am Institut für Theoretische Physik der Universität Frankfurt am Main.

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Theoretische Physik: ein Lehr- und Übungsbuch. - Thun ; Frankfurt am Main : Deutsch

Bd. 11. Greiner, Walter: Kernmodelle. - 1995

Greiner, Walter:
Kernmodelle : ein Lehr- und Übungsbuch ;
mit zahlreichen Beispielen und Aufgaben mit ausführlichen Lösungen
/ Walter Greiner ; Joachim Maruhn. - Thun ; Frankfurt am Main :
Deutsch, 1995
(Theoretische Phsyik ; Bd. 11)
ISBN 3-87144-977-6
NE: Maruhn, Joachim:

ISBN 3-87144-977-6

1. Auflage, 1995

Druck: Fuldaer Verlagsanstalt, Fulda

Vorwort

Die Theoretische Physik ist eine umfangreiche, breit gefächerte Wissenschaft geworden. Es ist für den jungen Studenten schwer, vor der Fülle des zu Erlernenden nicht zurückzuschrecken und sich vielmehr systematisch einen Überblick über das weite Feld von der Mechanik über die Elektrodynamik, die Quantentheorie, Feldtheorie, Kern- und Schwerionenphysik, Thermodynamik und statistische Mechanik, Festkörperphysik bis hin zur Physik der Elementarteilchen zu verschaffen.

Dies alles soll außerdem in acht bis zehn Semestern einschließlich einer ordentlichen Diplomarbeit geschafft werden. Dies ist nur möglich, wenn die akademischen Lehrer mithelfen, die Studenten frühzeitig in die neuen Disziplinen einzuweihen, Interesse und Begeisterung zu wecken, wodurch wichtige zusätzliche Energien frei werden.

An der Johann Wolfgang Goethe-Universität zu Frankfurt am Main haben wir daher schon seit 1965 die Theoretische Physik in das 1. Studiensemester vorverlegt. Darum werden die Mechanik 1 und 2, die Elektrodynamik und die Einführung in die Quantentheorie in einem Grundkurs vor dem Vordiplom in Verbindung mit vielen mathematischen Erläuterungen und Ergänzungen gelehrt. Nach dem 4. Semester sind Quantentheorie 2, Thermodynamik und Statistische Physik, Relativistische Quantentheorie und Quantenelektrodynamik (Einführung in die Quantenfeldtheorie) Pflichtvorlesungen. Neben diesem Grundkurs durch die Theoretische Physik werden eine ganze Reihe Ergänzungen und Spezialvorlesungen regelmäßig angeboten. Dazu gehören beispielsweise die Hydrodynamik, klassische Feldtheorie, Theoretische Optik, Theorie der Streuprozesse, Allgemeine Relativitätstheorie, Theorie der schwachen Wechselwirkung, Theorie der Elementarteilchen usw. Einige davon wie z. B. die zweisemestrigen Vorlesungen über Theoretische Kernphysik bzw. Theoretische Festkörperphysik gehören auch zu den Pflichten für das Diplom in Physik.

In dem vorliegenden Band wird die Theorie der Kernmodelle behandelt, die zusammen mit der der Kernreaktionen einen zweisemestrigen Zyklus bildet. Für dieses Gebiet erschien es uns besonders wichtig, ein kurzes zur Begleitung einer Vorlesung geeignetes Buch zusammenzustellen, da es zwar hervorragende und umfassende Darstellungen der Kernmodelle gibt, diese jedoch durch ihre überwältigende Materialfülle jedoch für die Studenten zunächst sehr unübersichtlich wirken. In diesem Zusammenhang sind besonders das dreibändige Werk von Eisenberg und Greiner[1], auf dem unsere Darstellung in vielen Punkten beruht, sowie der Band von Ring und Schuck[2], der mehr Gewicht auf die Vielteilchenmethoden legt.

Ein Buch zur Vorlesung muß sich jedoch auf die wichtigsten Punkte beschränken, den Schwerpunkt auf die Erklärung der Ideen und Methoden legen und dafür auf die Präsentation einer Fülle von Einzelergebnissen verzichten, die sich für die Vorlesung sowieso nicht eignen, wenn diese nicht zu einer Diapositiv-Vorführung entarten soll. Die Theorie der Kernmodelle unterscheidet sich natürlich vom klassischen Kanon der

[1] J. M. Eisenberg and W. Greiner, *Nuclear Theory*, 3 Volumes, Third Edition (North Holland, Amsterdam 1973–1987).

[2] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag, New York 1980).

Theoretischen Physik auch dadurch, daß sehr wenige Beispiele vollständig ausgerechnet werden können, ohne Computer zu verwenden.

Aus diesen Gründen steht die Diskussion der wichtigsten Typen von Modellen nebst den zugehörigen mathematischen Methoden im Vordergrund. Da die Erfahrung zeigt, daß die Studenten die für Kernmodelle wichtigen Methoden der Drehimpulskopplung und der zweiten Quantisierung meist nur unsicher beherrschen, haben wir diese Themen nicht in einen Anhang relegiert, sondern an den Anfang gestellt — ggf. kann darauf natürlich verzichtet werden. Auch hierbei wurde darauf geachtet, den Stoff auf das für das Folgende Notwendige zu beschränken. Daran schließt sich eine kurze Diskussion der gruppentheoretischen Methoden an, die etwa für das IBA-Modell wichtig sind.

Das fünfte Kapitel behandelt die Theorie des Strahlungsfeldes bis zu den Definitionen der Übergangswahrscheinlichkeiten. Dabei wurde, wieder im Hinblick auf Straffung des Stoffes, die Diskussion der magnetischen Übergänge nur allgemein behandelt. Das anschließende sechste Kapitel stellt die klassischen Kollektivmodelle vor, die wegen ihres didaktischen Wertes und ihrer grundlegenden Bedeutung für die Begriffsbildung den Schwerpunkt des Buches darstellen. Einer kurzen Darstellung der phänomenologischen Eigenschaften der Kernmaterie folgt die Behandlung des geometrischen Kollektivmodells (Oberflächenschwingungen, Rotations-Vibrations-Modell usw.) in den verschiedenen Grenzfällen, das IBA-Modell und die kollektive Theorie der Riesenresonanzen.

Kaum geringeren Raum nimmt die Theorie der mikroskopischen Modelle in Kapitel 7 ein. Hier werden die wichtigsten Themen, von der Hartree–Fock-Theorie über phänomenologische Einteilchenmodelle bis hin zur modernen relativistischen Mesonenfeldtheorie eingeführt. Der nächste Abschnitt behandelt die Kombination von Einteilchen- und Kollektivbewegung, einmal in Form des Teilchen-plus-Core-Konzeptes sowie im Hinblick auf die mikroskopische Beschreibung kollektiver Schwingungen.

Im abschließenden Kapitel über Kollektivbewegungen großer Amplitude schließlich werden einige Verfahren zur Behandlung der Spaltung und ähnlicher Prozesse erläutert. Dazu gehören Zweizentrenmodelle, die allgemeine Problematik der Massenparameter, zeitabhängiges Hartree–Fock und die Generatorkoordinatenmethode, denen sich noch ein elementarer Überblick über Hochspinzustände anschließt.

Das Buch enthält neben dem klassischen und heute noch zum Grundwissen des theoretischen Kernphysikers gehörenden Kanon von Kernmodellen immer wieder auch Themen von aktuellem Interesse — so zu den überschweren Elementen, kalter Spaltung und kalter Fusion, Clusterradioaktivitäten, Hochspinzuständen oder zur relativistischen Mesonenfeldtheorie —, die jungen Physikern die bleibende Faszination an der Kernstrukturphysik vermitteln. Gleichzeitig sollte auch an vielen Stellen zu spüren sein, daß das Buch auf wiederholten Vorlesungen beruht und in vielen Details bei den Erklärungen typische Fragen der Studenten aufgreift und erklärt.

Wir bedanken uns herzlich bei unseren Mitarbeitern Dr. Dirk Troltenier, Christian Spieles, Klemens Rutz und Michael Bender für ihre Mithilfe bei der Erstellung, Formatierung, Übersetzung und Bearbeitung des Textes sowie bei Frau Astrid Steidl für Unterstützung bei der Erstellung einiger Grafiken.

Schließlich möchten wir die Hoffnung aussprechen, daß auch diese Vorlesung viele Freunde finde.

Frankfurt am Main, Mai 1995

Joachim Maruhn

Walter Greiner

Inhaltsverzeichnis

Aufgaben und Beispiele

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Kernstrukturphysik

Die in diesem Buch besprochenen Kernmodelle gehören zum Gebiet der *Kernstrukturtheorie.* Im heutigen Sprachgebrauch widmet sich die Kernstrukturphysik dem Studium der Eigenschaften von Kernen bei niedrigen Anregungsenergien, für die einzelne Energieniveaus aufgelöst werden können. Das bedeutet, daß typischerweise Quanteneffekte bestimmend sind und daß die Zustände des Kerns eine sehr komplizierte Struktur besitzen, die von den detailierten Wechselbeziehungen der vielen beteiligten Nukleonen abhängt.

Im Gegensatz dazu wird bei höheren Energien und besonders bei Schwerionenreaktionen die Quantenmechanik weniger wichtig, und die Methoden der statistischen Mechanik nehmen stattdessen die herausragende Stellung ein. Die Theorien beschäftigen sich dann typischerweise mit den kollektiven Eigenschaften von Kernmaterie wie der Zustandsgleichung oder den Reibungskoeffizienten, oder sie basieren sogar auf rein klassischer Vielteilchenphysik wie die Kaskadenmodelle.

Natürlich kann man unmöglich genaue Energiegrenzen zwischen diesen Theorien angeben. Die hier vorgestellten Theorien jedoch finden typischerweise ihre Anwendung für Anregungsenergien bis zu 2–3 MeV. Gewöhnlich können nur die niedrigsten paar Energieniveaus gut durch ein theoretisches Modell beschrieben werden, und die Zahl der Niveaus nimmt oberhalb dieses Energiebereichs so rasch zu, daß ein sinnvoller Vergleich mit dem Experiment unmöglich wird (bei Kernen mit einer ungeraden Zahl von Neutronen oder Protonen oder beiden ist das sogar noch dramatischer — die meisten Kernmodelle bevorzugen gerade–gerade–Kerne mit ihren relativ einfachen Spektren). Auch sollte man sich vergegenwärtigen, daß in experimentellen Spektren nur eine relativ kleine Zahl von Zuständen bezüglich Spin und Isospin identifiziert werden können und daß für den echten Test eines Modells Übergänge, d. h. im wesentlichen Überlappintegrale zwischen Wellenfunktionen, benötigt werden, welche wiederum oft nicht einmal für die interessantesten Zustände bekannt sind.

Es ist also nicht überraschend, daß die in diesem Buch vorgestellten Modelle gewöhnlich eine relativ geringe Zahl von niedrigliegenden Zuständen und nur mit bescheidener Genauigkeit erklären, was aber immer noch einen bemerkenswerten Erfolg darstellt. Um das einschätzen zu können, sei daran erinnert, daß wir uns mit einem System von Teilchen beschäftigen, deren Zahl weder klein genug ist, um eine direkte Lösung zu erlauben, noch groß genug, um statistische Methoden genau genug werden zu lassen, und die über eine Wechselwirkung miteinander in Beziehung stehen, die immer noch nicht in eine endgültige Form gebracht werden konnte. Es ist diese außergewöhnliche Schwierigkeit und die Freiheit, mit der Methoden und Konzepte aus vielen anderen Zweigen der Physik hier angewandt werden, was die Kernstrukturphysik so faszinierend macht und mit Leben erfüllt.

1.2 Die grundlegende Gleichung

Um den geeigneten theoretischen Startpunkt zu finden, müssen noch ein paar Grobabschätzungen der relevanten physikalischen Größen eingeführt werden. Zuerst sollen einige Zahlen aus der elementaren experimentellen Kernphysik in Erinnerung gerufen werden.

Die zur Zeit bekannten Elemente haben Kerne, bestehend aus $Z = 1, \ldots 111$, Protonen und $N = 0, \ldots, 161$ Neutronen, was eine Gesamtzahl von A Nukleonen ergibt. Die Radien der Kerne folgen dem empirischen Gesetz

$$R(A) = r_0 A^{1/3} \tag{1.1}$$

mit $r_0 \approx 1.2$ fm. Kernradien reichen also bis etwa 7.5 fm. Die Formel beinhaltet auch, daß das Kernvolumen proportional zur Zahl der Teilchen im Kern ist, was die annähernde Inkompressibilität von Kernmaterie anzeigt (das wahre, mit Elektronenstreuung beobachtete Dichteprofil ist etwas komplizierter). Das am wenigsten gebundene Nukleon hat eine Bindungsenergie von der Ordnung 8 MeV und eine kinetische Energie nahe 40 MeV.

Diese Information reicht schon aus, um einige grobe Vorstellungen darüber zu bekommen, was das Wesentliche in den Theorien sein wird. Da ein Nukleon eine Masse von $mc^2 \approx 938$ MeV hat, ist die kinetische Energie im Vergleich ziemlich vernachlässigbar, so daß ein *nichtrelativistischer* Ansatz recht befriedigend zu sein verspricht, und diese Annahme wird in der überwältigenden Mehrheit von Kernstrukturmodellen gemacht. In jüngster Zeit gewannen jedoch relativistische Zugänge an Bedeutung — dieses Thema wird in Abschnitt 7.4 in Verbindung mit dem relativistischen Mean–Field–Modell aufgenommen, und es wird dort auch erklärt, warum relativistische Effekte trotz der oben angegebenen einfachen Abschätzung wichtig sein können.

Die Geschwindigkeit eines Nukleons mit einer kinetischen Energie von $T = 40$ MeV ist durch

$$v = \sqrt{\frac{2T}{m}} = c\sqrt{\frac{2T}{mc^2}} \approx 0.3c \tag{1.2}$$

gegeben und die zugehörige de–Broglie–Wellenlänge durch

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{mv} = \frac{2\pi(\hbar c)}{(mc^2)(v/c)} \approx 4.5 \text{ fm.} \tag{1.3}$$

Hier wurde die nützliche Konstante $\hbar c \approx 197.32$ MeV fm verwendet. Das Ergebnis zeigt, daß Quanteneffekte sicherlich nicht vernachlässigt werden können, da λ in keiner Weise klein im Vergleich zum Kernradius ist. Das verstärkt sich sogar noch bei tiefer gebundenen Nukleonen, die eine geringere kinetische Energie besitzen.

Berücksichtigt man diese Überlegungen, so sollte der Startpunkt für eine Theorie der Eigenzustände von Kernen eine stationäre Schrödingergleichung sein, die sehr allgemein durch

$$\hat{H}\psi = E\psi \tag{1.4}$$

gegeben ist. Der Rest dieses Buchs behandelt die Frage, was für $\hat{H}$ zu schreiben ist und welche Freiheitsgrade in den Wellenfunktionen verwendet werden sollten.

1.3 Mikroskopische vs. kollektive Modelle

Die natürlichste Wahl der Freiheitsgrade besteht sicherlich in der Verwendung der nukleonischen, d. h. den A Sätzen von Positionen $\boldsymbol{r}_i$, Spins $\boldsymbol{s}_i$ und Isospins $\boldsymbol{\tau}_i$. Die Wellenfunktion nimmt dann die allgemeine Gestalt

$$\psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{s}_1, \boldsymbol{\tau}_1, \boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{s}_2, \boldsymbol{\tau}_2, \ldots, \boldsymbol{r}_A, \boldsymbol{s}_A, \boldsymbol{\tau}_A) \tag{1.5}$$

an, während man für den Hamiltonoperator den natürlichen Ausdruck

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^{A} -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + \tfrac{1}{2}\sum_{i,j} v(i,j) \tag{1.6}$$

ausprobieren würde. Dies ist der grundsätzliche Startpunkt für *mikroskopische Modelle*, in denen die Freiheitsgrade jene der Teilchen sind, aus denen der Kern zusammengesetzt ist. Hier ist $v(i,j)$ die Nukleon–Nukleon–Wechselwirkung, die von allen Freiheitsgraden eines Paares von Nukleonen abhängen kann. Es ist klar, daß man selbst mit modernen Computern unmöglich die Vielteilchen–Schrödingergleichung für A größer als drei oder vier direkt lösen kann, so daß die Suche nach geeigneten Näherungen die vorrangigste Sorge bei diesem Typ von Modellen sein wird.

Es ist eine der wichtigsten Eigenarten der Theorie des Kerns, *daß es für $v(i,k)$ keine Theorie a priori gibt.* Statt dessen benutzt man verschiedene Parametrisierungen, die für unterschiedliche Zwecke gut sind — eine kann angemessen sein, um Nukleon–Nukleon–Streuung zu beschreiben und eine andere für Hartree–Fock–Rechnungen für schwere Kerne. Es besteht nicht einmal Klarheit darüber, wie wichtig Dreikörperkräfte sein könnten, die nicht in dem oben angegebenen Hamiltonoperator enhalten sind. Bis die Nukleon–Nukleon–Wechselwirkung aus einer tieferliegenden Theorie wie der Quantenchromodynamik abgeleitet sein wird, wird man mit dieser Situation leben müssen. Man beachte den Unterschied zur Lage in der Atomphysik, wo die fundamentale Theorie der Wechselwirkung — die QED — sehr gut bekannt