



Thomas Seeger

Mathe-Start

Grundlagen der Mathematik – einfach vermittelt

Verlag Europa-Lehrmittel · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG
Düsselderger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

Europa-Nr. 84828

Autor:
Thomas Seeger

Illustrationen:
Thomas Seeger

1. Auflage 2018

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da bis zur Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert.

ISBN 978-3-8085-8482-8

Alle Rechte vorbehalten. Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2018 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Umschlaggestaltung: Sonnhüter, Grafische Dienste, 41372 Niederkrüchten
Umschlagfoto: © blueringmedia - stock.adobe.com

Satz: PER MEDIEN & MARKETING GMBH, 38102 Braunschweig
Druck: Kessler Druck + Medien GmbH & Co. KG, 86399 Bobingen

Liebe Leserin, lieber Leser,

dieses Arbeitsbuch richtet sich an alle, die Mathematik lernen möchten.

Mit einfachen Beispielen und in einfacher Sprache werden **mathematische Grundlagen** erklärt (immer auf der linken Seite).

Gleichzeitig können Sie diese Erklärungen mit zahlreichen **Übungen** erproben und vertiefen (immer auf der rechten Seite).

Mit den **Lösungen** am Ende des Arbeitsbuchs können Sie überprüfen, ob Sie die Übungen richtig gelöst haben.

Für die Bearbeitung der Aufgaben brauchen Sie **keinen Taschenrechner**.

Alle Rechnungen und Antworten können Sie direkt **in das Buch eintragen**.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg bei der Arbeit mit diesem Buch.

Autor und Verlag

Frühjahr 2018

Kapitel 1: Mathematische Grundlagen

1.1	Der Zahlenstrahl.....	6
1.2	Die Addition.....	8
1.3	Die Subtraktion.....	10
1.4	Die Multiplikation.....	12
1.5	Die Division.....	14
1.6	Punktrechnung vor Strichrechnung.....	16
1.7	Das Vertauschungsgesetz.....	18
1.8	Das Verbindungsgesetz.....	20
1.9	Das Verteilungsgesetz.....	22
1.10	Gemischte Aufgaben.....	24

Kapitel 2: Schriftliches Rechnen

2.1	Die schriftliche Addition.....	26
2.2	Die schriftliche Subtraktion.....	28
2.3	Die schriftliche Multiplikation.....	30
2.4	Die schriftliche Division.....	32
2.5	Gemischte Aufgaben.....	34

Kapitel 3: Die Bruchrechnung

3.1	Der Bruch.....	36
3.2	Das Kürzen von Brüchen.....	38
3.3	Das Erweitern von Brüchen.....	40
3.4	Die Addition und die Subtraktion von Brüchen.....	42
3.5	Die Multiplikation und die Division von Brüchen.....	44
3.6	Gemischte Aufgaben.....	46

Kapitel 4: Der Dreisatz

4.1	Der proportionale Dreisatz.....	48
4.2	Der antiproportionale Dreisatz.....	50
4.3	Der zusammengesetzte Dreisatz.....	52
4.4	Gemischte Aufgaben.....	54

Kapitel 5: Die Prozentrechnung

5.1	Den Grundwert berechnen	56
5.2	Den Prozentwert berechnen	58
5.3	Den Prozentsatz berechnen	60
5.4	Gemischte Aufgaben	62

Kapitel 6: Die Zinsrechnung

6.1	Das Kapital berechnen	64
6.2	Die Zinsen berechnen	66
6.3	Den Zinssatz berechnen	68
6.4	Die Laufzeit	70
6.5	Zinseszinsen berechnen	72
6.6	Gemischte Aufgaben	74

Kapitel 7: Der Term

7.1	Terme mit Platzhaltern zusammenfassen	76
7.2	Terme mit Klammern	78
7.3	Terme mit Brüchen	80
7.4	Gemischte Aufgaben	82

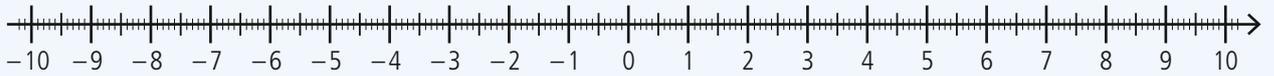
Kapitel 8: Die Gleichung

8.1	Gleichungen nach der Unbekannten auflösen	84
8.2	Ungleichungen nach der Unbekannten auflösen	86
8.3	Gemischte Aufgaben	88

Lösungen	90
-----------------------	----

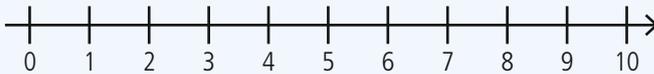
1.1 Der Zahlenstrahl

Alle Zahlen können auf einem Zahlenstrahl eingetragen werden.
Dabei haben die Zahlen immer die gleiche Reihenfolge.

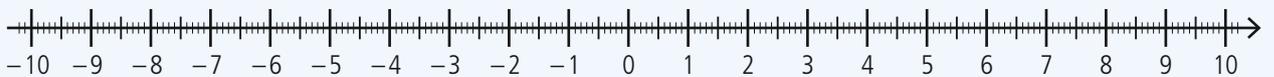


Auch ein Lineal ist
ein Zahlenstrahl.

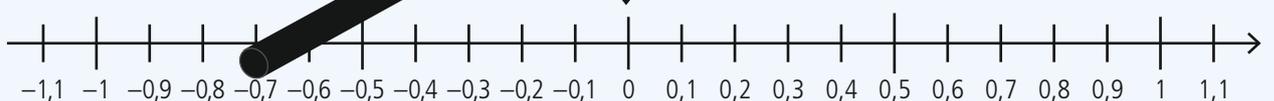
Die Zahlen 0, 1, 2, 3 ... nennt man **natürliche Zahlen**.



Die Zahlen ... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 ... nennt man **ganze Zahlen**.

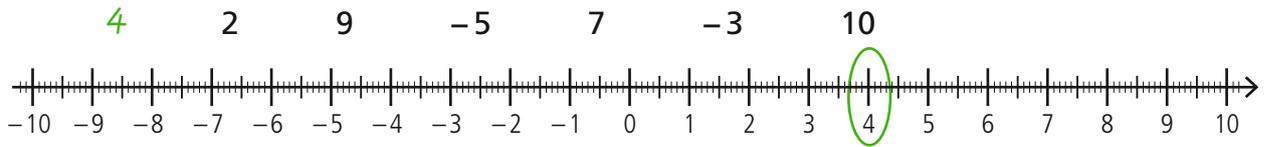


Auch Zahlen mit einem Komma können auf einem Zahlenstrahl
eingetragen werden.



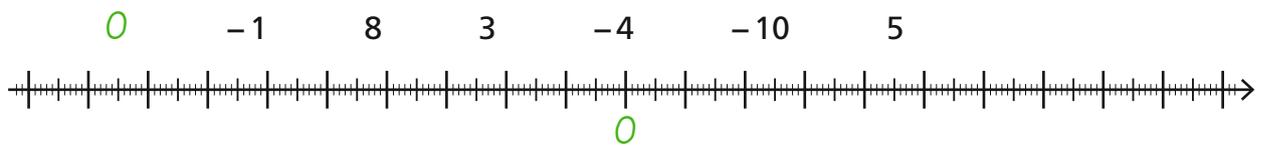
Aufgabe 1

Umkreisen Sie die angegebenen Zahlen auf dem abgebildeten Zahlenstrahl.



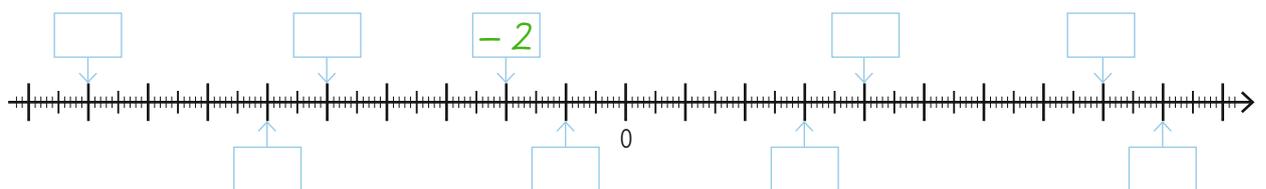
Aufgabe 2

Tragen Sie die angegebenen Zahlen unter dem Zahlenstrahl ein.



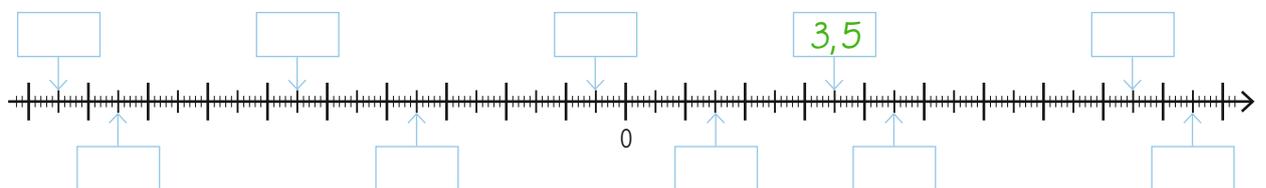
Aufgabe 3

Tragen Sie die passenden Zahlen in die leeren Felder ein.



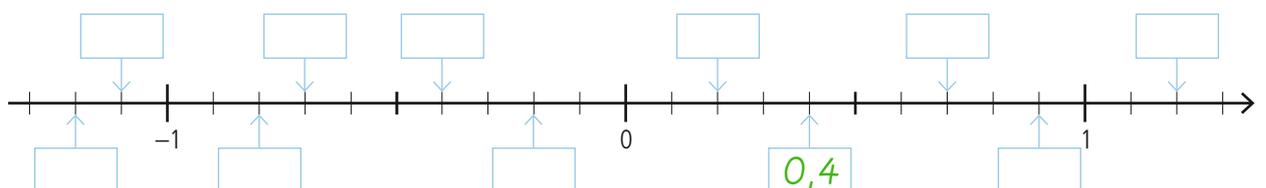
Aufgabe 4

Tragen Sie die passenden Zahlen in die leeren Felder ein.



Aufgabe 5

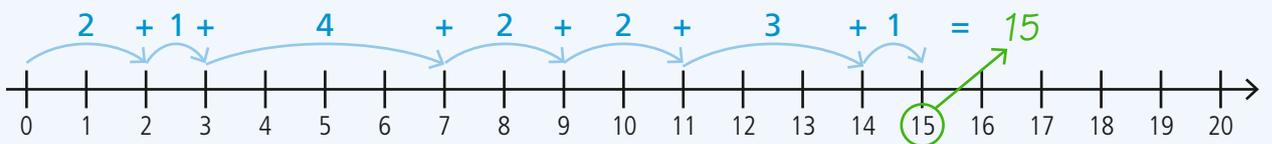
Tragen Sie die passenden Zahlen in die leeren Felder ein.



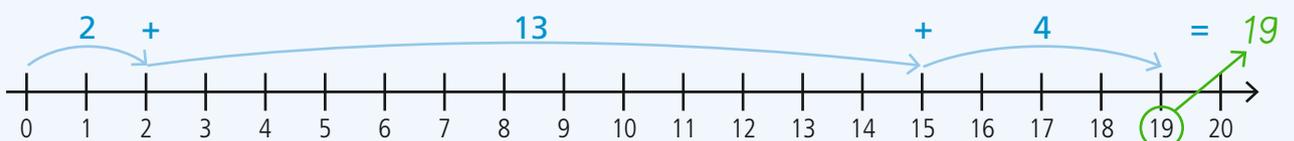
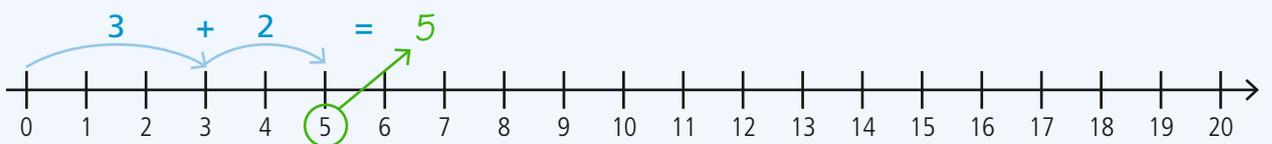
1.2 Die Addition

Bei der Addition werden alle Zahlen zusammengezählt, die mit einem Pluszeichen (+) verbunden sind. Das Ergebnis wird hinter dem Gleichheitszeichen (=) eingetragen. Das Zusammenzählen kann man zum Beispiel mit einem Zahlenstrahl machen.

Beispiel: $2 + 1 + 4 + 2 + 2 + 3 + 1 = 15$



Weitere Beispiele:



Aufgabe 1

Lösen Sie die folgenden Aufgaben.

Sie dürfen dazu den Zahlenstrahl von Seite 8 benutzen.

- $3 + 7 = 10$
- b) $5 + 8 =$ _____
- d) $6 + 12 =$ _____
- f) $13 + 7 =$ _____
- a) $1 + 9 =$ _____
- c) $9 + 6 =$ _____
- e) $11 + 5 =$ _____
- g) $5 + 11 =$ _____

Aufgabe 2

Füllen Sie die Tabelle aus.

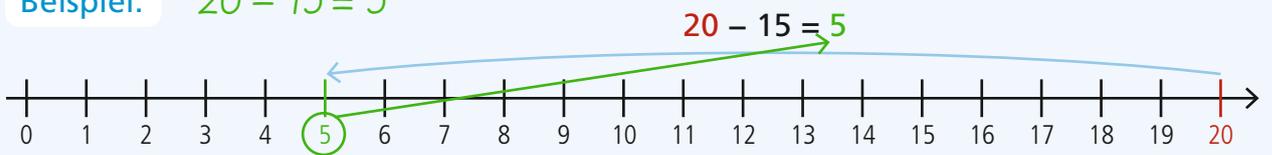
Sie dürfen dazu den Zahlenstrahl von Seite 8 benutzen.

$1 + 1 = 2$	$2 + 1 =$	$3 + 1 =$	$4 + 1 =$	$5 + 1 =$
$1 + 2 =$	$2 + 2 =$	$3 + 2 =$	$4 + 2 =$	$5 + 2 =$
$1 + 3 =$	$2 + 3 =$	$3 + 3 =$	$4 + 3 =$	$5 + 3 =$
$1 + 4 =$	$2 + 4 =$	$3 + 4 =$	$4 + 4 =$	$5 + 4 =$
$1 + 5 =$	$2 + 5 =$	$3 + 5 =$	$4 + 5 =$	$5 + 5 =$
$1 + 6 =$	$2 + 6 =$	$3 + 6 =$	$4 + 6 =$	$5 + 6 =$
$1 + 7 =$	$2 + 7 =$	$3 + 7 =$	$4 + 7 =$	$5 + 7 =$
$1 + 8 =$	$2 + 8 =$	$3 + 8 =$	$4 + 8 =$	$5 + 8 =$
$1 + 9 =$	$2 + 9 =$	$3 + 9 =$	$4 + 9 =$	$5 + 9 =$
$1 + 10 =$	$2 + 10 =$	$3 + 10 =$	$4 + 10 =$	$5 + 10 =$
$6 + 1 =$	$7 + 1 =$	$8 + 1 =$	$9 + 1 =$	$10 + 1 =$
$6 + 2 =$	$7 + 2 =$	$8 + 2 =$	$9 + 2 =$	$10 + 2 =$
$6 + 3 =$	$7 + 3 =$	$8 + 3 =$	$9 + 3 =$	$10 + 3 =$
$6 + 4 =$	$7 + 4 =$	$8 + 4 =$	$9 + 4 =$	$10 + 4 =$
$6 + 5 =$	$7 + 5 =$	$8 + 5 =$	$9 + 5 =$	$10 + 5 =$
$6 + 6 =$	$7 + 6 =$	$8 + 6 =$	$9 + 6 =$	$10 + 6 =$
$6 + 7 =$	$7 + 7 =$	$8 + 7 =$	$9 + 7 =$	$10 + 7 =$
$6 + 8 =$	$7 + 8 =$	$8 + 8 =$	$9 + 8 =$	$10 + 8 =$
$6 + 9 =$	$7 + 9 =$	$8 + 9 =$	$9 + 9 =$	$10 + 9 =$
$6 + 10 =$	$7 + 10 =$	$8 + 10 =$	$9 + 10 =$	$10 + 10 = 20$

1.3 Die Subtraktion

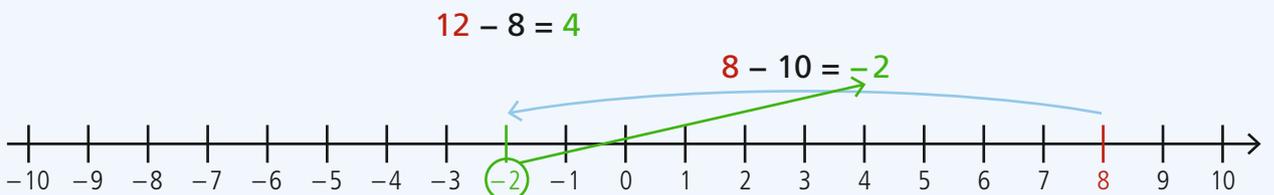
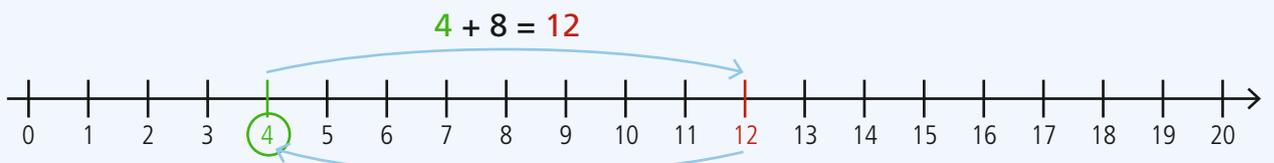
Bei der Subtraktion werden Zahlen voneinander abgezogen.
 Das Zeichen der Subtraktion ist das Minuszeichen (-).
 Das Ergebnis wird hinter dem Gleichheitszeichen (=) eingetragen.
 Das Abziehen kann man zum Beispiel mit einem Zahlenstrahl machen.
 Die Subtraktion ist die Umkehrung der Addition
 ($15 + 5 = 20 \rightarrow 20 - 5 = 15$).

Beispiel: $20 - 15 = 5$



Weitere Beispiele:

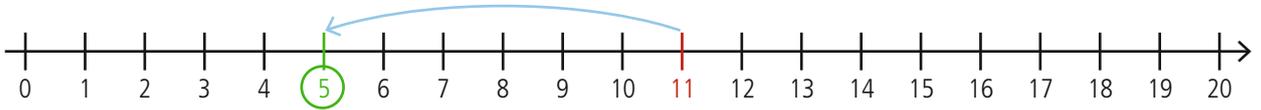
Die Subtraktion ist die Umkehrung der Addition.



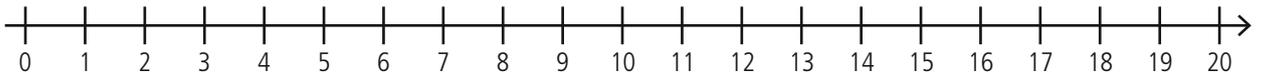
Aufgabe 1

Führen Sie die folgenden Subtraktionen durch. Nutzen Sie dafür den abgebildeten Zahlenstrahl.

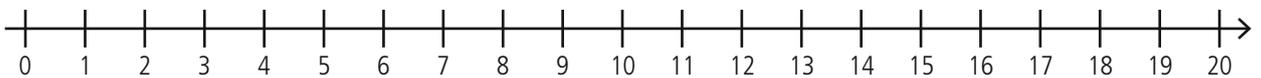
$$11 - 6 = \underline{5}$$



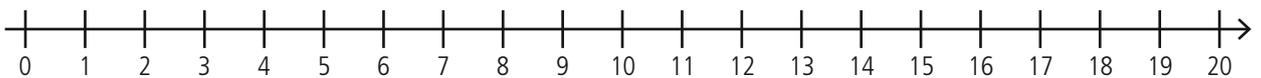
a) $5 - 3 = \underline{\quad}$



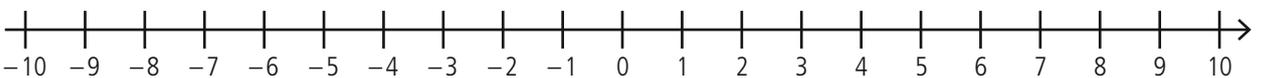
b) $9 - 4 = \underline{\quad}$



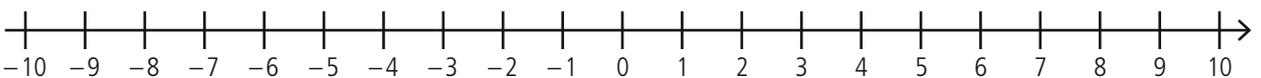
c) $18 - 12 = \underline{\quad}$



d) $4 - 10 = \underline{\quad}$



e) $2 - 11 = \underline{\quad}$



Aufgabe 2

Schreiben Sie zu jeder Addition die passende Subtraktion als Umkehrung.

$$3 + 5 = 8 \rightarrow 8 - 5 = 3$$

a) $6 + 3 = 9 \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$

b) $2 + 2 = 4 \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$

c) $13 + 6 = 19 \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$

d) $3 + 17 = 20 \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$

e) $3 + 4 = 7 \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$

f) $4 + 7 = 11 \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$

1.4 Die Multiplikation

Bei der Multiplikation werden Zahlen vervielfacht. Das Zeichen der Multiplikation ist der Malpunkt (\cdot). Das Ergebnis wird hinter dem Gleichheitszeichen ($=$) eingetragen.
Das Vervielfachen einer Zahl kann man zum Beispiel mit einem Zahlenstrahl machen.

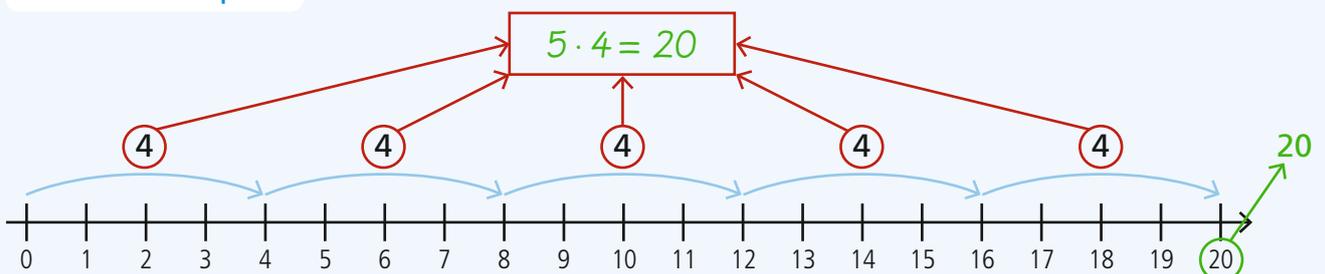
Beispiel:



Die Multiplikation kann auch als Addition ausgeschrieben werden: $3 \cdot 2 = 2 + 2 + 2 = 6$



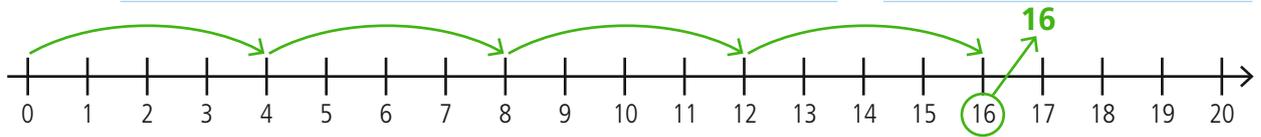
Weiteres Beispiel:



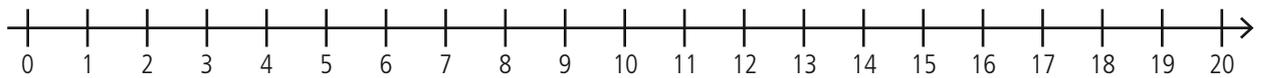
Aufgabe 1

Führen Sie die Multiplikation als Addition auf dem Zahlenstrahl aus.

$$4 \cdot 4 = 4 + 4 + 4 + 4 = 16$$



$$2 \cdot 7 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$



Aufgabe 2

Füllen Sie die Tabelle aus.

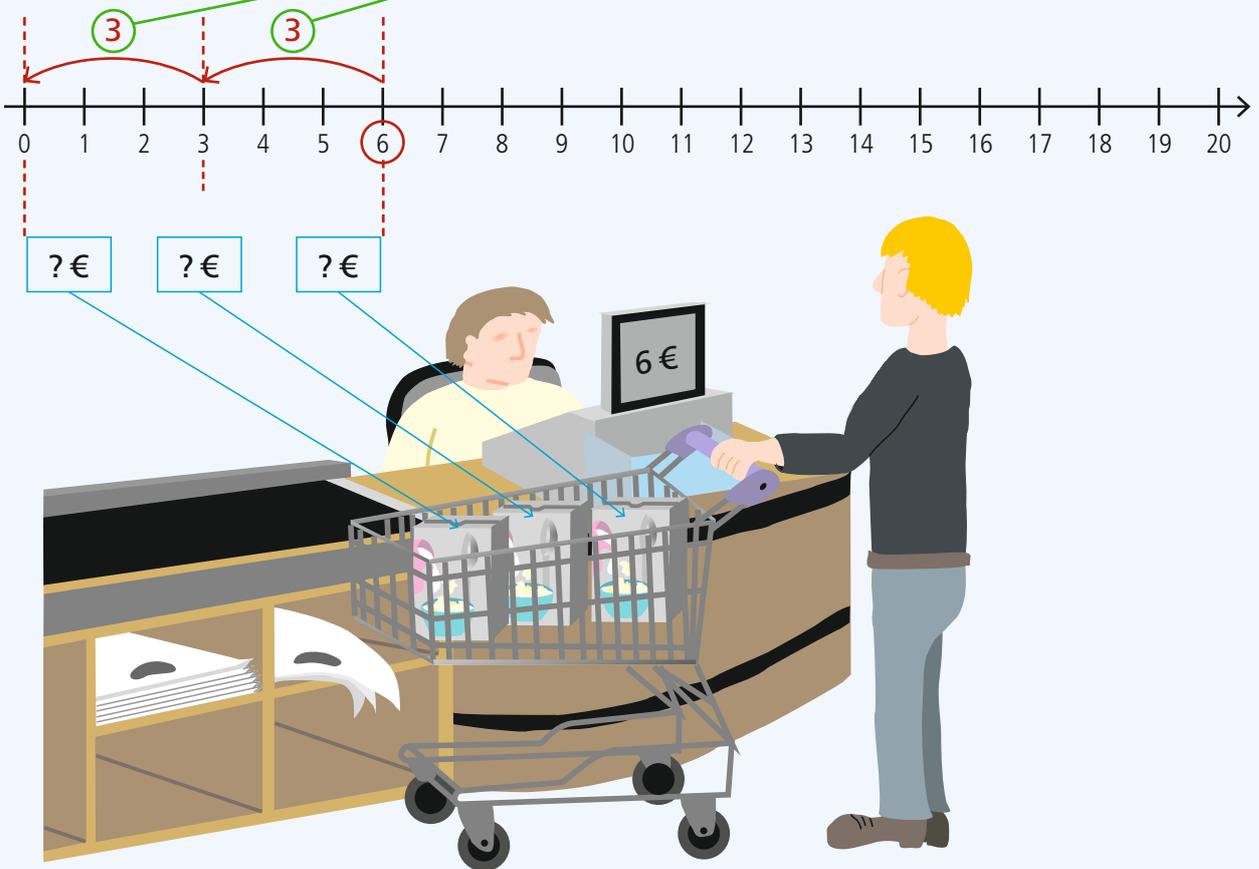
$1 \cdot 1 = 1$	$2 \cdot 1 =$	$3 \cdot 1 =$	$4 \cdot 1 =$	$5 \cdot 1 =$
$1 \cdot 2 =$	$2 \cdot 2 =$	$3 \cdot 2 =$	$4 \cdot 2 =$	$5 \cdot 2 =$
$1 \cdot 3 =$	$2 \cdot 3 =$	$3 \cdot 3 =$	$4 \cdot 3 =$	$5 \cdot 3 =$
$1 \cdot 4 =$	$2 \cdot 4 =$	$3 \cdot 4 =$	$4 \cdot 4 =$	$5 \cdot 4 =$
$1 \cdot 5 =$	$2 \cdot 5 =$	$3 \cdot 5 =$	$4 \cdot 5 =$	$5 \cdot 5 =$
$1 \cdot 6 =$	$2 \cdot 6 =$	$3 \cdot 6 =$	$4 \cdot 6 =$	$5 \cdot 6 =$
$1 \cdot 7 =$	$2 \cdot 7 =$	$3 \cdot 7 =$	$4 \cdot 7 =$	$5 \cdot 7 =$
$1 \cdot 8 =$	$2 \cdot 8 =$	$3 \cdot 8 =$	$4 \cdot 8 =$	$5 \cdot 8 =$
$1 \cdot 9 =$	$2 \cdot 9 =$	$3 \cdot 9 =$	$4 \cdot 9 =$	$5 \cdot 9 =$
$1 \cdot 10 =$	$2 \cdot 10 =$	$3 \cdot 10 =$	$4 \cdot 10 =$	$5 \cdot 10 =$
$6 \cdot 1 =$	$7 \cdot 1 =$	$8 \cdot 1 =$	$9 \cdot 1 =$	$10 \cdot 1 =$
$6 \cdot 2 =$	$7 \cdot 2 =$	$8 \cdot 2 =$	$9 \cdot 2 =$	$10 \cdot 2 =$
$6 \cdot 3 =$	$7 \cdot 3 =$	$8 \cdot 3 =$	$9 \cdot 3 =$	$10 \cdot 3 =$
$6 \cdot 4 =$	$7 \cdot 4 =$	$8 \cdot 4 =$	$9 \cdot 4 =$	$10 \cdot 4 =$
$6 \cdot 5 =$	$7 \cdot 5 =$	$8 \cdot 5 =$	$9 \cdot 5 =$	$10 \cdot 5 =$
$6 \cdot 6 =$	$7 \cdot 6 =$	$8 \cdot 6 =$	$9 \cdot 6 =$	$10 \cdot 6 =$
$6 \cdot 7 =$	$7 \cdot 7 =$	$8 \cdot 7 =$	$9 \cdot 7 =$	$10 \cdot 7 =$
$6 \cdot 8 =$	$7 \cdot 8 =$	$8 \cdot 8 =$	$9 \cdot 8 =$	$10 \cdot 8 =$
$6 \cdot 9 =$	$7 \cdot 9 =$	$8 \cdot 9 =$	$9 \cdot 9 =$	$10 \cdot 9 =$
$6 \cdot 10 =$	$7 \cdot 10 =$	$8 \cdot 10 =$	$9 \cdot 10 =$	$10 \cdot 10 = 100$

1.5 Die Division

Bei der Division werden Zahlen in gleich große Teile geteilt.
 Das Zeichen der Division ist das Geteiltzeichen (:).
 Das Ergebnis wird hinter dem Gleichheitszeichen (=) eingetragen.
 Das Teilen kann man zum Beispiel mit einem Zahlenstrahl machen.
 Die Division ist die Umkehrung der Multiplikation
 ($2 \cdot 3 = 6 \rightarrow 6 : 3 = 2$).

Beispiel: $6 : 3 = 2$

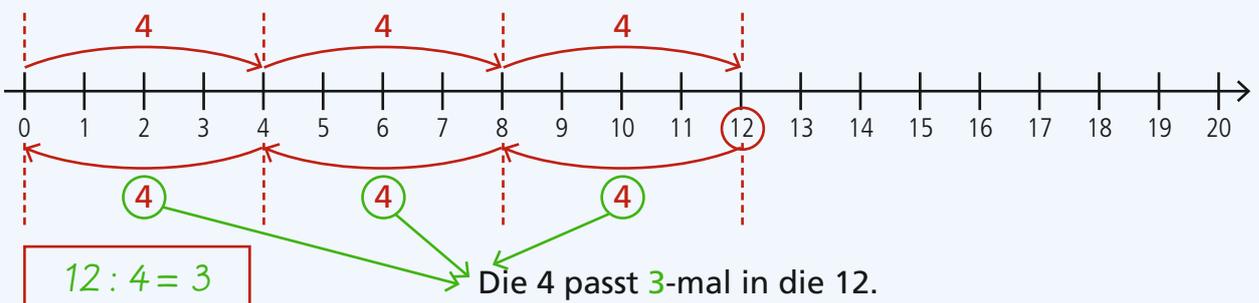
Die 3 passt 2-mal in die 6.



Weiteres Beispiel:

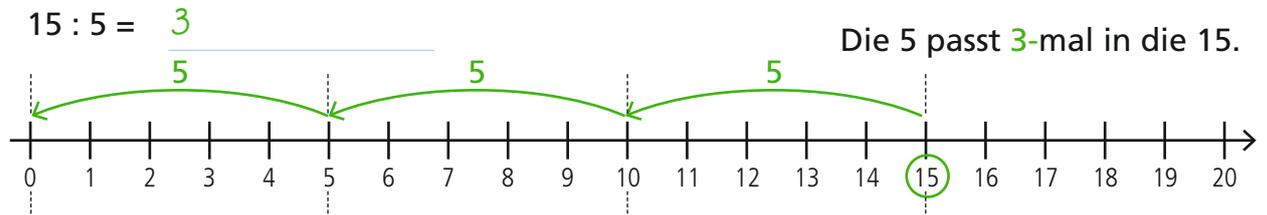
Die Division ist die Umkehrung der Multiplikation.

$$3 \cdot 4 = 12$$

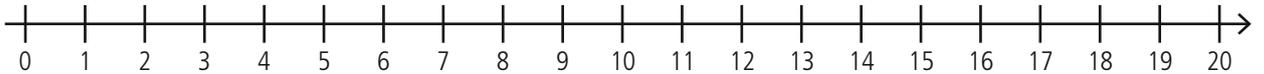


Aufgabe 1

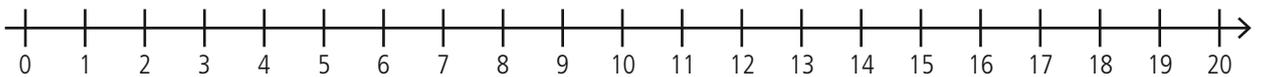
Führen Sie die folgenden Divisionen durch. Nutzen Sie dafür den abgebildeten Zahlenstrahl.



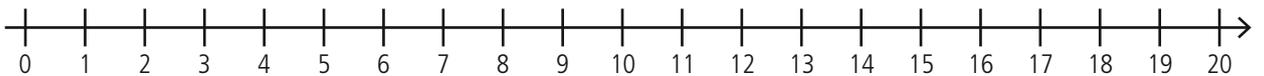
a) $10 : 2 =$ _____



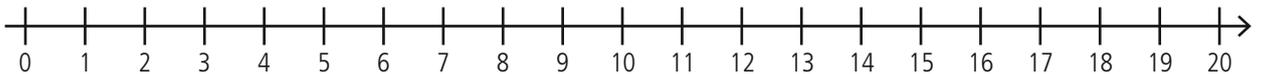
b) $20 : 5 =$ _____



c) $18 : 3 =$ _____



d) $18 : 6 =$ _____



Aufgabe 2

Schreiben Sie zu jeder Multiplikation die passende Division als Umkehrung.

$3 \cdot 5 = 15 \quad \rightarrow \quad 15 : 5 = 3$

a) $2 \cdot 2 = 4 \quad \rightarrow$ _____

b) $7 \cdot 6 = 42 \quad \rightarrow$ _____

c) $6 \cdot 7 = 42 \quad \rightarrow$ _____

d) $4 \cdot 4 = 16 \quad \rightarrow$ _____

e) $10 \cdot 8 = 80 \quad \rightarrow$ _____

1.6 Punktrechnung vor Strichrechnung

Manchmal gibt es in einer Aufgabe verschiedene Rechenarten. Dann muss die Punktrechnung (\cdot und $:$) immer vor der Strichrechnung ($+$ und $-$) ausgeführt werden.

Beispiel: $2 \cdot 2 \text{ €} + 3 \cdot 4 \text{ €} + 2 \cdot 1 \text{ €} = 18 \text{ €}$



$$\begin{aligned}
 &2 \cdot 2 \text{ €} \quad + \quad 3 \cdot 4 \text{ €} \quad + \quad 2 \cdot 1 \text{ €} \\
 &(2 \cdot 2 \text{ €} = 4 \text{ €}) \quad (3 \cdot 4 \text{ €} = 12 \text{ €}) \quad (2 \cdot 1 \text{ €} = 2 \text{ €}) \\
 &= 4 \text{ €} \quad + \quad 12 \text{ €} \quad + \quad 2 \text{ €} \\
 &(4 \text{ €} + 12 \text{ €} + 2 \text{ €} = 18 \text{ €}) \\
 &= \underline{18 \text{ €}}
 \end{aligned}$$

Erst die Punktrechnung (\cdot)...

...dann die Strichrechnung (+).

Weitere Beispiele:

$$\begin{aligned}
 &5 + \underbrace{4 : 2} - 6 + \underbrace{3 \cdot 3} - \underbrace{14 : 7} \\
 &= 5 + 2 - 6 + 9 - 2 \\
 &= \underline{8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\underbrace{5 \cdot 5} - \underbrace{10 : 2} + \underbrace{6 \cdot 5} \\
 &= 25 - 5 + 30 \\
 &= \underline{50}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\underbrace{15 : 3} + 7 - \underbrace{2 \cdot 6} \\
 &= 5 + 7 - 12 \\
 &= \underline{0}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &4 - \underbrace{3 \cdot 2} + \underbrace{8 : 4} + 5 - \underbrace{2 \cdot 3} \\
 &= 4 - 6 + 2 + 5 - 6 \\
 &= \underline{-1}
 \end{aligned}$$

Aufgabe 1

Wenden Sie die Regel „Punktrechnung vor Strichrechnung“ an.

$$\begin{aligned} & \underline{3 + 7 \cdot 2 - 2 \cdot 6} \\ & \quad (7 \cdot 2 = 14) \quad (2 \cdot 6 = 12) \\ = & \underline{3 + 14 - 12} \\ & \quad (3 + 14 - 12 = 5) \\ = & \underline{5} \end{aligned}$$

b) $\underline{5 - 2 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 3}$

= _____

= _____

d) $\underline{1 \cdot 4 + 5 + 2 \cdot 3}$

= _____

= _____

a) $\underline{5 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 1}$

= _____

= _____

c) $\underline{20 - 3 \cdot 5 - 1 \cdot 1 - 2 \cdot 2}$

= _____

= _____

e) $\underline{2 \cdot 4 - 2 + 3 \cdot 3 + 5}$

= _____

= _____

Aufgabe 2

Wenden Sie die Regel „Punktrechnung vor Strichrechnung“ an.

$$\begin{aligned} & \underline{8 : 2 + 5 \cdot 3} \\ & \quad (8 : 2 = 4) \quad (5 \cdot 3 = 15) \\ = & \underline{4 + 15} \\ & \quad (4 + 15 = 19) \\ = & \underline{19} \end{aligned}$$

b) $\underline{5 + 35 : 5 - 3 \cdot 2}$

= _____

= _____

a) $\underline{13 + 10 : 2 - 20 : 5}$

= _____

= _____

c) $\underline{1 + 1 \cdot 1 + 1 : 1 - 3}$

= _____

= _____

1.7 Das Vertauschungsgesetz

Bei der Addition (+) und der Multiplikation (·) dürfen die Zahlen vor dem Gleichheitszeichen vertauscht werden.

Das Vertauschungsgesetz gilt **nicht** für die Subtraktion (−) und die Division (:)!

Beispiel: $2 + 1 = 1 + 2$



Weitere Beispiele:

$$2 + 5 = 5 + 2$$

$$(2 + 5 = 7 \text{ und } 5 + 2 = 7)$$

$$3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$$

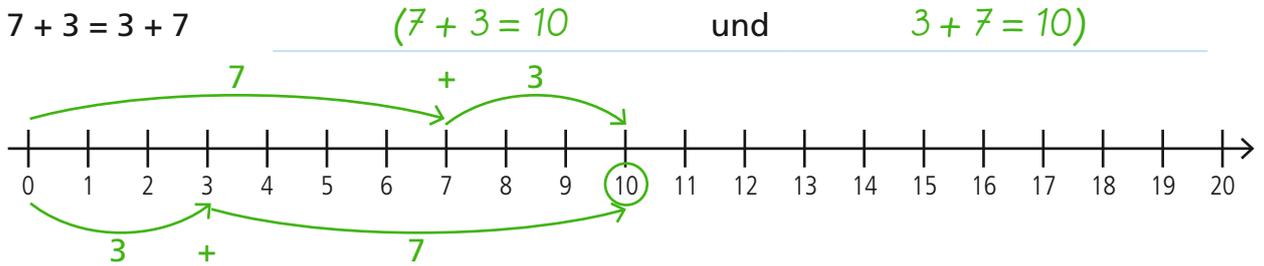
$$(3 \cdot 4 = 12 \text{ und } 4 \cdot 3 = 12)$$

$$3 + 6 + 1 = 6 + 3 + 1 = 3 + 1 + 6 = 1 + 3 + 6 = 1 + 6 + 3 = 6 + 1 + 3 = 10 \quad (\text{Alles ist gleich } 10.)$$

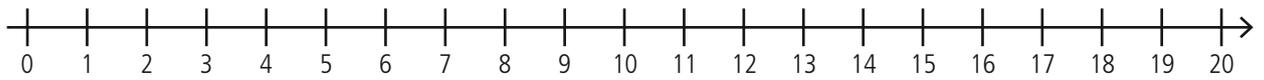
$$2 \cdot 4 \cdot 5 = 4 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 5 \cdot 4 = 5 \cdot 2 \cdot 4 = 4 \cdot 5 \cdot 2 = 5 \cdot 4 \cdot 2 = 40 \quad (\text{Alles ist gleich } 40.)$$

Aufgabe 1

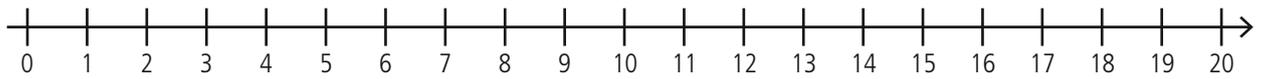
Markieren Sie beide Rechnungen auf dem Zahlenstrahl.



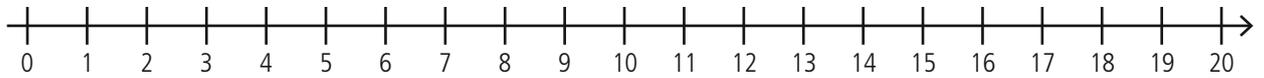
a) $5 + 4 = 4 + 5$ (und)



b) $16 + 4 = 4 + 16$ (und)



c) $12 + 6 = 6 + 12$ (und)



Aufgabe 2

Wenden Sie das Vertauschungsgesetz an.

$5 + 6 = 6 + 5$ $(5 + 6 = 11$ und $6 + 5 = 11)$

a) $2 + 7 =$ (und)

b) $2 \cdot 8 =$ (und)

c) $6 \cdot 3 =$ (und)

Aufgabe 3

Zählen Sie alle Rechnungen auf, die nach dem Vertauschungsgesetz möglich sind.

$2 + 4 + 7 = 2 + 4 + 7 = 7 + 2 + 4 = 4 + 2 + 7 = 7 + 4 + 2 = 4 + 7 + 2$

a) $5 + 3 + 8 =$ _____

b) $2 \cdot 3 \cdot 7 =$ _____

1.8 Das Verbindungsgesetz

Bei der Addition (+) und der Multiplikation (\cdot) ist es egal, welche Zahlen zuerst addiert (bzw. multipliziert) werden. Das Verbindungsgesetz gilt **nicht** für die Subtraktion ($-$) und die Division ($:$)!

Beispiel: $(1 + 2) + 3 = 1 + (2 + 3)$

Rechnungen in Klammern müssen **zuerst** ausgerechnet werden!

$(1 + 2) + 3 = 6$

$1 + (2 + 3) = 6$

Weitere Beispiele:

$$\begin{array}{rclcl}
 \underbrace{(5 + 6)} & + 4 & = & 5 & + \underbrace{(6 + 4)} \\
 11 & + 4 & = & 5 & + 10 \\
 \hline
 15 & & = & 15 &
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rclcl}
 \underbrace{(2 \cdot 3)} & \cdot 4 & = & 2 & \cdot \underbrace{(3 \cdot 4)} \\
 6 & \cdot 4 & = & 2 & \cdot 12 \\
 \hline
 24 & & = & 24 &
 \end{array}$$