

Heinrich Hemme  
Heureka!



Heinrich Hemme

# Heureka!

Mathematische Rätsel mit  
überraschenden Lösungen

Anaconda



Penguin Random House Verlagsgruppe FSC® N001967

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet unter <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

© 2012, 2022 by Anaconda Verlag, einem Unternehmen der Penguin Random House Verlagsgruppe GmbH, Neumarkter Straße 28, 81673 München

Alle Rechte vorbehalten.

Umschlaggestaltung: dyadesign, Düsseldorf, [www.dya.de](http://www.dya.de)

Satz und Layout: Heinrich Hemme, Aachen

Druck und Bindung: CPI books GmbH, Leck

ISBN 978-3-86647-730-8

[www.anacondaverlag.de](http://www.anacondaverlag.de)

## *Vorwort*

Vor 2200 Jahren wurde einem Mann ein Problem gestellt, an dem er lange herumknobelte. Er versuchte alle möglichen Wege, doch keiner führte zum Ziel. Eines Tages aber, er nahm gerade ein Bad, hatte er einen Gedankenblitz, und das Problem wurde ganz einfach. Splitternackt, wie er war, rannte er durch die Straßen nach Hause, um die Lösung sofort auszuprobieren. Unterwegs rief er immer wieder: „Ich hab’s!“; da er Grieche war, klang das wie „Heureka!“. Dieser Mann war kein Unbekannter, sondern Archimedes, der große Mathematiker, Physiker und Ingenieur der Antike.

In diesem Buch sind nur Aufgaben zusammengestellt, die bei der Lösung ein Heureka-Erlebnis hervorrufen. Alle Probleme haben einen besonderen Kniff, den man zuerst einmal erkennen muss. Bei vielen Aufgaben wird man bewusst auf eine falsche Fährte gelenkt; bleiben Sie also immer misstrauisch. Bei anderen muss man zuerst mit lieb gewonnenen Denkgewohnheiten brechen, bevor man einen Lösungsweg findet.

Die Aufgaben haben verschiedene Schwierigkeitsgrade. Manche sind einfache Scherze, für die nicht das geringste Mathematikwissen nötig ist, andere verlangen Grundkenntnisse der Algebra und vor allem der Geometrie. Aber keine Sorge, ein Mathematikstudium ist in keinem Fall erforderlich. Eines haben aber alle Aufgaben gemeinsam: Man braucht niemals längere Berechnungen anzustellen, bei fast allen Problemen sind Bleistift und Papier sogar völlig überflüssig.

Wenn jemand eine Sammlung deutscher Lyrik herausgibt, wird er selbstverständlich unter jedes Gedicht den Namen des Dichters schreiben. Bei Denksportaufgaben ist das anders. Es gibt Unmengen von Rätselbüchern, in denen immer wieder die gleichen Probleme auftauchen, aber kaum ein Autor gibt an, wo er abgeschrieben hat. Deshalb habe ich mich bemüht,

die Geschichte der Aufgaben dieses Buches soweit wie möglich zurückzuverfolgen. Dies war ein sehr schwieriges Unterfangen, da es, abgesehen von David Singmasters bisher noch unveröffentlichtem Buch *Sources in Recreational Mathematics*, das mir der Autor dankenswerterweise zur Verfügung stellte, praktisch keine Quellenhinweise gibt. Höchstwahrscheinlich habe ich nur in den wenigsten Fällen den Ursprung eines Problems gefunden. Ich würde mich deshalb über jede Zuschrift freuen, die mir ältere Quellen mitteilt.

Die Angabe einer Quelle in diesem Buch besagt übrigens nur, dass dort die Ideen, Tricks oder Kniffe, die hinter dem Problem stecken, zum ersten Mal aufgetaucht sind. Der Wortlaut ist immer völlig verschieden. Bei einigen Rätseln ist die zitierte Lösung erst viele Jahre nach der Aufgabe erschienen. Das bedeutet im Allgemeinen nicht, dass es nicht schon früher gelöst wurde, sondern nur, dass der angegebene Lösungsweg erst dann erstmals beschritten wurde.

Heinrich Hemme  
Osnabrück, 1988  
Roetgen, 2012

## Inhaltsverzeichnis

Bei jedem Problem stehen zwei Seitenzahlen. Die erste Zahl ist die Seitennummer der Aufgabe und die eingeklammerte zweite Zahl die Seitennummer der Lösung.

Vorwort	5	
1. Schachbrett mit Dominosteinen	11	(51)
2. Noch ein Schachbrett mit Dominosteinen	11	(51)
3. Schachbrett mit Trominos	12	(52)
4. Die Kettenlinie	12	(53)
5. Die Tanzparty	12	(53)
6. Kurs Nordost	13	(54)
7. Durchschnittsgeschwindigkeit	13	(55)
8. Neun Kreise	13	(56)
9. Noch einmal neun Kreise	14	(56)
10. Überlappende Kreise	14	(56)
11. Zwei Radfahrer	14	(57)
12. Dreieck und Sechseck	15	(58)
13. Eine Parallelprojektion	15	(58)
14. Zehnstellige Primzahlen	16	(59)
15. Das Haus des Nikolaus	16	(60)
16. Die Königsberger Brücken	16	(60)
17. Vier Yachten	17	(61)
18. Der kürzeste Weg	17	(62)
19. Linien im Tetraeder	18	(63)
20. Wie geht es weiter?	19	(63)
21. Wie geht es diesmal weiter?	19	(64)
22. Der Swimming-Pool	19	(64)
23. Die Cheopspyramide	20	(65)
24. Das Gerücht	20	(66)
25. Ein weiteres Gerücht	20	(66)
26. Das größte Dreieck	21	(66)
27. Das Bierdeckelspiel	21	(67)

28.	Die Kinder der Familie Meier	21	(68)
29.	Die Kinder der Familie Müller	22	(68)
30.	Zwei Münzen	22	(69)
31.	Das Seil um den Äquator	22	(69)
32.	Das Seil um die Orange	23	(70)
33.	Polygonvektoren	23	(70)
34.	Die Ringfläche	23	(71)
35.	Der Viertelkreis	24	(71)
36.	Hühner und Kaninchen	24	(72)
37.	Die Erde als Jungbrunnen	24	(72)
38.	Der Turm am Südpol	25	(73)
39.	Schwalbenschwanzverbindungen	26	(73)
40.	Noch mehr Schwalbenschwanzverbindungen	26	(74)
41.	Schwerter und Scheiden	27	(74)
42.	Hin- und Rückweg	27	(75)
43.	Würfeln	28	(76)
44.	T-Tetrominos	28	(76)
45.	L-Tetrominos	29	(77)
46.	Raute, Rechteck und Kreis	29	(78)
47.	Die Dominokette	30	(78)
48.	Die Farbe des Bären	30	(79)
49.	Der Weg des Jägers	30	(79)
50.	Pythagoreische Quader	30	(81)
51.	Die Reise auf dem Rhombendodekaeder	31	(81)
52.	Uhrzeiger	32	(82)
53.	Präsident der USA	32	(83)
54.	Das Zersägen des Würfels	33	(83)
55.	Die Fähre von Hamburg nach New York	33	(84)
56.	Der Wandschirm	34	(84)
57.	Gas, Wasser und Strom	34	(85)
58.	Die Ziffernreihe	34	(87)
59.	Inkreise	35	(87)
60.	Der Schweineauslauf	35	(88)
61.	Die Fliege und der Würfel	36	(88)

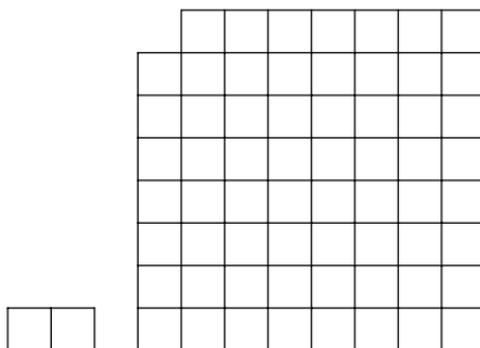
62. Nenner und Zähler .....	36	(89)
63. Drei Einschüsse .....	36	(90)
64. Der Holzwurm und der Würfel .....	37	(90)
65. Die beiden Fähren .....	37	(91)
66. Zerlegungsprobleme .....	38	(92)
67. Yin und Yang .....	38	(92)
68. Noch einmal Yin und Yang .....	39	(93)
69. Der Kreis im Winkel .....	39	(93)
70. Primzahlfreiheit .....	39	(94)
71. Noch mehr Primzahlfreiheit .....	40	(95)
72. Das kippende Polyeder .....	40	(95)
73. Zwei Autofahrer .....	40	(96)
74. Der elliptische Teich .....	41	(96)
75. Drei Rechtecke .....	41	(97)
76. Die Grundstücksverteilung .....	42	(97)
77. Tausend Punkte .....	42	(98)
78. Die siebzehn Kamele .....	43	(98)
79. Römische Zahlen .....	43	(99)
80. Die gekreuzten Zylinder .....	44	(99)
81. Noch einmal die gekreuzten Zylinder .....	44	(101)
82. Die Broschen der Gräfin .....	44	(101)
83. Der Springertausch .....	45	(102)
84. Noch ein Springertausch .....	45	(103)
85. Die Summe der Quersummen .....	45	(104)
86. Division mit Rest .....	46	(104)
87. Dreieck und Quadrat .....	46	(106)
88. Die maximale Springerzahl .....	46	(106)
89. Die Anzahl der Freunde .....	46	(107)
90. Fünfstellige Primzahlen .....	47	(107)
91. Gleich und doch nicht gleich .....	47	(108)
92. Raumwinkel und Würfel .....	48	(108)
93. Streichholzdreiecke .....	48	(109)
94. Der fehlende Euro .....	48	(110)
95. Der Treibriemen .....	49	(110)

96. Das Fenster .....	49 (111)
97. Der Sternenhimmel .....	49 (111)
98. Das Siebzehneck .....	50 (112)

# Aufgaben

## 1. Schachbrett mit Dominosteinen

Von den vierundsechzig Feldern eines Schachbretts sind zwei sich diagonal gegenüberliegende Eckfelder herausgesägt worden. Kann man einunddreißig Dominosteine, die jeweils die Größe von zwei Schachfeldern haben, auf dem Brett so anordnen, dass es vollständig bedeckt ist, und wenn ja, wie geht das?



## 2. Noch ein Schachbrett mit Dominosteinen

Wie in der Aufgabe zuvor sind aus einem Schachbrett zwei Felder herausgesägt worden. Diesmal jedoch sind es zwei beliebige, aber verschiedenfarbige Felder. Lässt sich das Brett mit einunddreißig Dominosteinen vollständig bedecken?