

Guido Pinkernell  
Florian Schacht (Hrsg.)

# **Digitalisierung**

## **fachbezogen gestalten**

Arbeitskreis  
Mathematikunterricht und digitale Werkzeuge  
in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik

Herbsttagung  
vom 28. bis 29. September 2018 an der  
Universität Duisburg-Essen



1. Auflage Februar 2019  
Veröffentlicht im Verlag Franzbecker  
Hildesheim

© 2018 Verlag Franzbecker, Hildesheim

ISBN 978-3-88120-142-1

Guido Pinkernell, Florian Schacht (Hrsg.)

## **Digitalisierung fachbezogen gestalten**

Arbeitskreis Mathematikunterricht und digitale Werkzeuge  
in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik

Herbsttagung  
vom 28. bis 29. September 2018  
an der Universität Duisburg-Essen

[www.franzbecker.de](http://www.franzbecker.de)

## Vorwort

Die Diskussion um die Gestaltung der Umsetzungsprozesse von Digitalisierung im Bildungsbereich ist hochaktuell. In einigen Ländern werden erste Überarbeitungen der Curricula vorbereitet, auch die KMK nimmt sich dieser selbstgesetzten Aufgabe verstärkt an. Nachdem auf der Herbsttagung 2017 des Arbeitskreises in Heidelberg ein Diskussionsprozess um die fachdidaktische Perspektive auf den Einsatz digitaler Medien und Werkzeuge im Mathematikunterricht angestoßen wurde, konnte die Herbsttagung 2018 des Arbeitskreises Mathematikunterricht und digitale Werkzeuge daran anknüpfen. Im Zentrum der Herbsttagung standen daher unter anderem die folgenden Fragen:

- Wie kann Digitalisierung fachbezogen gestaltet werden?
- Welche unterrichtlichen Konzepte können dazu beitragen?
- Welche innovativen Forschungsfelder können vor diesem Hintergrund erschlossen werden?
- Welche Konsequenzen ergeben sich für die Aus-, Fort- und Weiterbildung?
- Welche Gelingens- und Randbedingungen sind für die Gestaltung notwendig?
- Welche Synergieeffekte können durch Vernetzungsmöglichkeiten innerhalb der GDM genutzt werden?

Die vielfältigen Beiträge der Herbsttagung sind in diesem Band zusammengefasst. Insgesamt haben 45 Teilnehmer\*innen die Tagung mit ihren Impulsen bereichert, davon viele mit eigenen Forschungs-, Entwicklungs- und Praxisbeiträgen.

Wir danken an dieser Stelle insbesondere allen Autor\*innen sowie allen Gutachter\*innen, die sich an der Erstellung dieses Bandes beteiligt haben.

Essen, im März 2019

Guido Pinkernell und Florian Schacht



## Inhaltsverzeichnis

Bärbel Barzel:

Digitalisierung als Herausforderung an Mathematikdidaktik -  
gestern. heute. morgen .....Seite 1

Nils Buchholtz, Judith Drexler, Katrin Vorhölter:

Mathtrails digital unterstützen – Chancen und Grenzen  
mobilen Lernens im Mathematikunterricht.....Seite 11

Hans-Jürgen Elschenbroich:

Historische Aspekte der Analysis – dynamisch visualisiert....Seite 23

Fabian Grünig, Markus Vogel:

Aufgabenanalyse zur Bestimmung des Unterstützungspotentials  
von dynamisierten Darstellungsumgebungen – Theoriebasierte  
Entwicklung einer Entscheidungsheuristik für Lehrkräfte.....Seite 39

Elena Jedtke, Corinna Hankeln:

DiWerS: Ein Fachdidaktik-Seminar zum Einsatz digitaler  
Lernpfade in der Schule.....Seite 55

Marcel Klinger:

„Besser als der Lehrer!“: Potenziale CAS-basierter  
Smartphone-Apps aus didaktischer und  
Lernenden-Perspektive.....Seite 69

Bernhard Matter:

Programmieren im Mathematikunterricht.....Seite 87

Reinhard Oldenburg:	
Wie viel Digitalität in der Fachausbildung?.....	Seite 101
Anje Ostermann, Hendrik Härtig, Lorenz Kampschulte, Mathias Ropohl, Julia Schwanewedel, Anke Lindmeier: Einsatz von CAS und DGS im Mathematikunterricht – eine Befragung von Lehrkräften.....	Seite 111
Melanie Platz:	
Das Wendeplättchen-Applet. Potenziale und Grenzen eines Einsatzes in Lernumgebungen für den Primarstufenbereich.....	Seite 121
Daniela Schiefeneder:	
Unterrichten mathematiknaher Technologien im Lehramtsstudium.....	Seite 131
Florian Stampfer:	
R-Exams mit WebApp. Technische Aspekte und Möglichkeiten zu unmittelbarem Feedback.....	Seite 143
Christian van Randenborgh:	
Das Simulationsbeispiel eines Parabelzirkels. Einflüsse einer digitalen Simulation auf Sprache und Vorstellungen der Lernenden.....	Seite 153
Autorenverzeichnis.....	Seite 169

# **Digitalisierung als Herausforderung an Mathematikdidaktik – gestern. heute. morgen**

**Bärbel Barzel**

Der Einsatz digitaler Medien ist seit vielen Jahren ein relevantes und spannendes Thema für das Lernen und Lehren von Mathematik – in der Forschung wie in der Unterrichtspraxis. Dabei sind es verschiedene Fragen, die umtreiben: Um welche Medien handelt es sich genau? Wie werden diese im Lehr-Lern-Prozess am sinnvollsten eingebunden? Welcher Mehrwert lässt sich für das fachliche Lernen und Lehren erkennen? Der Blick zurück (Kapitel 1) dient immer retrospektiv als wichtiges Fundament, um das Aktuelle, den Status Quo (Kapitel 2) zu erfassen und zu verstehen. Beides dient als Vergewisserung und Absicherung mit Blick aufs Zukünftige, für die Ideen des „Quo vadis?“ (Kapitel 3).

Es sind vielfältige und unterschiedliche Medien, die für Mathematikunterricht relevant sind. Relevant heißt hier, dass sie einen Beitrag leisten können zu den Kompetenzen, die im Mathematikunterricht erworben werden sollen, wie sie beispielsweise in den Bildungsstandards festgeschrieben sind (z.B. KMK, 2004). Nicht nur allgemeine digitale Medien für Kommunikation und Präsentation, sondern insbesondere auch mathematikspezifische digitale Medien sind hier zu nennen. Die folgende Tabelle zeigt einen Überblick über die Bandbreite dieser für Mathematikunterricht wichtigen Medien<sup>1</sup> entstanden.

---

<sup>1</sup> Dieser Überblick ist zusammen mit Ulli Kortenkamp entstanden und wurde beim gemeinsamen Hauptvortrag bei der DZLM-Jahrestagung 2017 in Saarbrücken präsentiert, vgl. [www.dzlm.de](http://www.dzlm.de).

<b>Medien</b>	<b>Allgemein</b>	<b>Mathematikspezifisch</b>
<b>An Beruf und Alltag orientiert</b>	Kommunikation (Internet- und Netzwerkforen) Präsentation (z.B. ppt, prezi,...) Dokumentation (in: Wort/ Audio/ Foto/ Video) Recherche (Internet)	Tabellenkalkulation (z.B. Excel) „große CAS“ (z.B. Maple, mathematica) Statistiktools (z.B. SPSS) Tools zur Messwerterfassung
<b>Didaktisch orientiert</b>	Digitale Schulbücher Erklär-Videos, Tutorielle Systeme Lernpfade, Lernumgebungen, Apps Lernplattformen (Moodle) Audience Response Systeme	Dynamische Geometriesoftware (z.B. Geogebra, TI- Nspire, Classpad) Funktionenplotter oder „kleine CAS“ (z.B. Geogebra, TI- Nspire, Classpad) Stochastiktools (z.B. Fathom, Tinkerplots, TI-Nspire)

### **Gestern - Retro spectare?**

Die Frage danach, wie digitale Medien in den Mathematikunterricht zu implementieren sind, ist nicht neu. Dabei standen zunächst nur die mathematikspezifischen digitalen Werkzeuge im Fokus. Seit 1980 beschäftigen wir uns in Deutschland zum Beispiel mit der Frage, wie neben Computeralgebrasystemen (CAS) auch Geometrieprogramme, Funktionenplotter, Tabellenkalkulation und Stochastiktools so in den Unterricht einzubeziehen sind, dass ein Mehrwert für das Lernen entsteht. In den 1980er und 1990er Jahren waren diese Diskussionen in Deutschland vor allem durch einzelne Lehrpersonen geprägt, die pioniermäßig praktische Unterrichtserfahrungen im Unterricht sammelten und anderen auf Tagungen



und in Lehrerfortbildungen berichteten. Wissenschaftliche Begleitung und Unterstützung war dabei nur punktuell vorhanden. So gab es erste Studien zum Einsatz von Funktionenplottern (vor allem als grafikfähige Taschenrechner, z.B. Hentschel/Pruzina, 1995) sowie Untersuchungen zum Einsatz von Geometriesoftware (z.B. Hölzl, 1999, Sträßer, 1992) und zum Einsatz von Stochastiktools (Biehler, 1985). Anders in anderen Ländern, wo schon sehr früh seit den 1980er Jahren eine Fülle an verschiedenen Forschungen zum Einsatz grafikfähiger Tools und CAS entstand (z.B. in den Niederlanden, in Frankreich, Australien, UK, USA oder Mexiko – vgl. Lagrange et al., 2003). Mittlerweile hat sich das Bild in Deutschland glücklicherweise gewandelt. und es gibt auch in Deutschland Erkenntnisse aus mehreren groß angelegten und langfristigeren Studien zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge, z.B. zu Computeralgebra (Ingelmann & Bruder 2007,; Weigand & Bichler, 2009; Barzel, 2006,; Rieß, 2018) oder zu Stochastiktools (Biehler, 2019).

Die zentralen Ergebnisse liegen neben vielen Detailerkennnissen vor allem im Potenzial des schnellen Repräsentationswechsels und der schnellen Beispielgenerierung, wodurch konzeptuelles Lernen unterstützt werden kann (z.B: durch Aufgaben zum Entdecken von Mustern und Strukturen) (Barzel, 2012). Das Entfalten dieses Potenzials hängt jedoch nicht nur von der Präsenz des Mediums ab, sondern vor allem davon, wie das Medium eingesetzt wird – mit welcher Aufgabenstellung es verknüpft und in welches Lernsetting es eingebunden ist. Es ist die Lehrperson, die wesentlich Einfluss darauf hat, ob Technologieeinsatz zu positiven Lerneffekten führt (Yerushalmy & Botzer, 2011). Schon sehr früh wurde deutlich, dass genau hierin auch eines der wesentlichen Probleme für eine breite Dissemination der Technologie liegt. Erfahrene Lehrpersonen haben Unterrichtsrouninen, die durch den Einsatz von CAS gestört werden (z.B. Lagrange 2003, Ball 2014). Neueste Studien zeigen, dass es deshalb unabdingbar ist, Lehrkräfte nicht nur mit guten Unterrichtsmaterialien zu versorgen, sondern ihnen im Rahmen von Profesionlaiserungsmaßnahmen ihnen Wege eröffnet werden müssen, ihre Routinen vielfältig zu reflektieren und vor allem ihnen Erlebnisse eines Selbstwirksamkeitserlebens auch bei neuen Routinen zu ermöglichen (Thurm, erscheint 2019)